



Simulation of the groundwater level of Arak Aquifer using MODFLOW model and artificial neural network based on group data classification method (GMDH)

Shahab Naderi¹ , and Saeid Shabanlou² 

1. Department of Civil Engineering, Taft Branch, Islamic Azad University, Taft, Iran. E-mail: sh.naderi66@gmail.com
2. Corresponding author, Department of Water Engineering, Kermanshah Branch, Islamic Azad University, Kermanshah, Iran. E-mail: saeid.shabanlou@gmail.com

Article Info

Article type:
Research Article

Article history:
Received 16 August 2024
Received in revised form 25 November 2024
Accepted 21 December 2024
Available online 25 March 2025

Keywords:

groundwater level
fluctuations,
Madflow,
GMDH,
group method of data
processing,
artificial neural network.

ABSTRACT

Objective: The aim of this study is to simulate the fluctuations of the groundwater level of the Arak plain using MODFLOW model and GMDH neural network.

Method: In this paper, MODFLOW transient model is calibrated for an eight-year period (April 2006 to March 2014) with a monthly time step. Then, this model is validated for a two-year period (April 2014 to March 2016). The values of R^2 , NSE, and RMSE indices for the transient model are 0.9081, 0.7390, and 0.9226, respectively, while the values of these indices for the validation stage are 0.6783, 0.8948, and 0.9721, respectively. In the next step, the GMDH model is used to simulate the fluctuations of the groundwater level. In this case, 80% of the data are used for training the GMDH model and 20% of the remaining for testing the GMDH model. The values of R^2 , NSE and RMSE indices are calculated as 0.9319, 0.9192 and 0.2285 for the network training stage and 0.9817, 0.9865 and 0.2542 for the testing stage.

Results: According to the results of this study, even though both models have good efficiency for simulating groundwater level fluctuations, groundwater level fluctuations can be simulated more accurately using GMDH than MODFLOW model. But using the MODFLOW model, hydrogeological analyzes can be done more easily.

Conclusions: The results of this study show that when the purpose of modeling is only to simulate the groundwater level, the GMDH model is more suitable, but when the main purpose of the simulation is to investigate the hydrogeological conditions, the MODFLOW model is more suitable.

Cite this article: Naderi, Sh., & Shabanlou, S. (2025). Simulation of the groundwater level of Arak Aquifer using MODFLOW model and artificial neural network based on group data classification method (GMDH). *Advanced Technologies in Water Efficiency*, 5 (1), 1-15. <https://doi.org/10.22126/atwe.2024.11106.1136>



© The Author(s)
<https://doi.org/10.22126/atwe.2024.11106.1136>

Publisher: Razi University.

Introduction

Groundwater is one of the main sources of fresh water supply in many parts of the world, that's why it is very important to protect them. Studying of groundwater is one of the important tasks of the integrated management of water resources, because in many cases, these resources are quantitatively, qualitatively and economically better than surface resources. On the other hand, due to the location of groundwater, it is more difficult to monitor them compared to surface sources, and in case of pollution, it is more difficult to improve them. For this reason, it is always tried to use accurate methods for monitoring aquifers. The aim of this study is to simulate the fluctuations of the groundwater level of the Arak plain using MODFLOW model and GMDH neural network.

The area studied in this research is the Arak Plain in the southeast of Central Province. This area with an area of 5510 km² has an average height of 1670 meters above sea level. The direction of the slope gradient in this area is towards the center of the plain. One of the unique features of this area is the existence of Arak lagoon with an area of 120 km² in its central part. This wetland has special ecological features, such as the fact that it hosts a large number of migratory birds every year. The climate of Arak lagoon is hot and dry Mediterranean and its annual precipitation is about 361 mm.

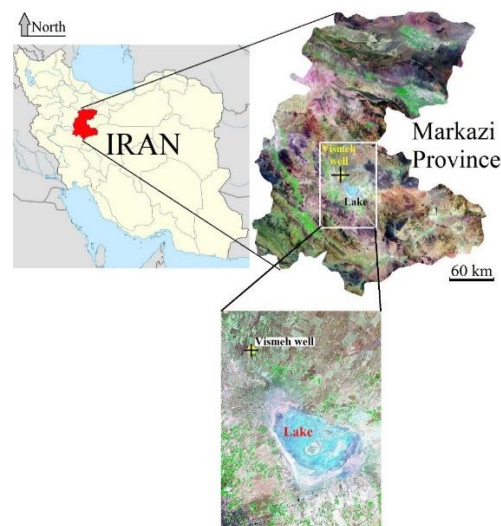


Figure 1. The location of the study area (a- the range of the regulatory dam to Abshirin station b- the range of Harmaleh station to Bamdej station)

Method

MODFLOW numerical model

MODFLOW is a multipurpose computer program that is used to simulate groundwater flow in multilayered porous aquifers. This model simulates one-dimensional, two-dimensional, and three-dimensional flows with the finite difference center-block method in confined (closed), non-confined (open) aquifers, or a combination of the two. For ease of use in practice, the MODFLOW computer program is set up as a "section by section". This program includes a main program and a number of sub-programs called modules (units). Modules are grouped into packages. Each package is for a specific aspect of system simulation. For example, the well package simulates the effect of wells, the river package models the effect of rivers. Some of the packages are optional and the user can choose to use them or not.

For this purpose, MODFLOW transient model is calibrated for an eight-year period (April 2006 to March 2014) with a monthly time step. Then, this model is validated for a two-year period (April 2014 to March 2016).

In the MODFLOW model, after gridding the model and specifying the boundary conditions and initial conditions, an equation is written for each node based on the equation governing the groundwater flow. Then, a suitable method such as explicit or implicit methods should be used to convert the partial differential equation into algebraic equations. Other methods such as Gauss-Seidel method, Jacobi iteration method should be used to solve these equations so that the water level simulated by MODFLOW model can be identified in the desired node. In the following, it is possible to evaluate the accuracy of the model by comparing this value with the observed value at that point and a suitable performance criterion such as RMSE.

GMDH deep neural network

The values of R^2 , NSE, and RMSE indices for the transient model are 0.9081, 0.7390, and 0.9226, respectively, while the values of these indices for the validation stage are 0.6783, 0.8948, and 0.9721, respectively. In the next step, the GMDH model is used to simulate the fluctuations of the groundwater level. In this case, 80% of the data are used for training the GMDH model and 20% of the remaining for testing the GMDH model. The values of R^2 , NSE and RMSE indices are calculated as 0.9319, 0.9192 and 0.2285 for the network training stage and 0.9817, 0.9865 and 0.2542 for the testing stage.

Results

The values of R^2 , NSE, and RMSE indices for the transient model are 0.9081, 0.7390, and 0.9226, respectively, while the values of these indices for the validation stage are 0.6783, 0.8948, and 0.9721, respectively. In the next step, the GMDH model is used to simulate the fluctuations of the groundwater level. In this case, 80% of the data are used for training the GMDH model and 20% of the remaining for testing the GMDH model. The values of R^2 , NSE and RMSE indices are calculated as 0.9319, 0.9192 and 0.2285 for the network training stage and 0.9817, 0.9865 and 0.2542 for the testing stage.

Conclusions

According to the results of this study, even though both models have good efficiency for simulating groundwater level fluctuations, groundwater level fluctuations can be simulated more accurately using GMDH than MODFLOW model. But using the MODFLOW model, hydrogeological analyzes can be done more easily. Therefore, when the purpose of modeling is only to simulate the groundwater level, the GMDH model is more suitable, but when the main purpose of the simulation is to investigate the hydrogeological conditions, the MODFLOW model is more suitable.

Author Contributions

All authors contributed equally to the conceptualization of the article and writing of the original and subsequent drafts.

Data Availability Statement

Data Availability Statement

Ethical Considerations

The authors avoided data fabrication, falsification, plagiarism, and misconduct.

Funding

Not applicable.

Conflict of Interest

The authors declare no conflict of interest.



شبیه سازی سطح آب زیرزمینی آبخوان دشت اراک با استفاده از مدل MODFLOW و شبکه عصبی مصنوعی مبتنی بر روش دسته بندی گروهی داده ها (GMDH)

شهاب نادری^۱، و سعید شعبانلو^۲✉

۱. گروه مهندسی عمران، واحد تفت، دانشگاه آزاد اسلامی، تفت، ایران. رایانامه: sh.naderi66@gmail.com
۲. نویسنده مسئول، گروه مهندسی آب، واحد کرمانشاه، دانشگاه آزاد اسلامی، کرمانشاه، ایران. رایانامه: saeid.shabanlou@gmail.com

چکیده

اطلاعات مقاله

هدف: هدف این مطالعه شبیه سازی نوسانات سطح آب زیرزمینی دشت اراک با استفاده از مدل MODFLOW و شبکه عصبی GMDH استفاده شد.

نوع مقاله:

مقاله پژوهشی

روش پژوهش: در این تحقیق ابتدا مدل ناپایدار MODFLOW برای یک دوره هشت ساله (فروردین ۱۳۸۵ الی اسفند ۱۳۹۳) با گام زمانی ماهانه واسنجی گردید. سپس این مدل برای یک دوره دو ساله (فروردین ۱۳۹۳ الی اسفند ۱۳۹۵) صحت سنجی شد. در این حالت مقدار شاخص های R^2 ، NSE و RMSE برای مدل ناپایدار به ترتیب ۰/۹۰۸۱، ۰/۷۳۹۰ و ۰/۹۲۲۶ بودند درحالی که مقدار این شاخص ها برای مرحله صحت سنجی به ترتیب ۰/۶۷۸۳، ۰/۸۹۴۸ و ۰/۹۷۲۱ بودند. در گام بعدی از مدل GMDH برای شبیه سازی نوسانات سطح آب زیرزمینی استفاده شد. در این حالت از ۸۰ درصد داده ها برای آموزش مدل GMDH و از ۲۰ درصد داده های باقیمانده برای تست مدل GMDH استفاده شد. مقدار شاخص های R^2 ، NSE و RMSE برای مرحله آموزش شبکه به ترتیب برابر ۰/۹۳۱۹، ۰/۹۱۹۲ و ۰/۲۲۸۵ و برای مرحله تست نیز برابر ۰/۹۸۱۷، ۰/۹۸۶۵ و ۰/۲۵۴۲ محاسبه شدند.

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۰۵/۲۶

تاریخ بازنگری: ۱۴۰۳/۰۹/۰۵

تاریخ پذیرش: ۱۴۰۳/۱۰/۰۱

تاریخ انتشار: ۱۴۰۴/۰۱/۰۵

کلیدواژه ها:

نوسانات تراز آب زیرزمینی،

مدافلو،

GMDH،

روش گروهی پردازش داده ها،

شبکه عصبی مصنوعی.

یافته ها: بر اساس نتایج این مطالعه با وجود اینکه هر دو مدل از کارایی مناسبی برای شبیه سازی نوسانات سطح آب زیرزمین برخوردار هستند؛ اما نوسانات سطح آب زیرزمینی با استفاده از GMDH نسبت به مدل MODFLOW نوسانات سطح آب زیرزمینی را با دقت بیشتری می تواند شبیه سازی شدند. اما با استفاده از مدل MODFLOW راحت تر می توان تجزیه و تحلیل های هیدروژئولوژیکی انجام داد.

نتیجه گیری: زمانی که هدف از مدل سازی صرفاً شبیه سازی سطح آب زیرزمینی است مدل GMDH مناسب تر است اما زمانی که هدف اصلی از شبیه سازی بررسی شرایط هیدروژئولوژیکی است مدل MODFLOW مناسب تر است.

استناد: نادری، شهاب؛ و شعبانلو، سعید. (۱۴۰۴). شبیه سازی سطح آب زیرزمینی آبخوان دشت اراک با استفاده از مدل MODFLOW و شبکه عصبی مصنوعی مبتنی بر روش دسته بندی گروهی داده ها (GMDH). *فناوری های پیشرفته در بهره وری آب*، ۵ (۱)، ۱-۱۵.

<https://doi.org/10.22126/atwe.2024.11106.1136>



© نویسندگان

شر: دانشگاه رازی.

مقدمه

آب زیرزمینی یکی از آموزش‌های مهم بخش‌های مدیریت یکپارچه منابع آب است. زیرا این منابع در بسیاری از موارد از نظر کمی، کیفی و اقتصادی نسبت به منابع سطحی بهتر هستند (مک لاجلان و همکاران^۱، ۲۰۱۷). از طرفی به دلیل جایگاه آب زیرزمینی پایش آنها نسبت به منابع سطحی دشوارتر است و در صورت آلودگی نیز بهبود آنها دشوارتر است (مزرعه و همکاران^۲، ۲۰۲۴). به همین دلیل نیز همواره تلاش می‌شود که از روش‌های دقیقی برای پایش آبخوان‌ها استفاده گردد (جاکمن و همکاران^۳، ۲۰۱۶). سطح آب زیرزمینی یکی از پارامترهای مهم آموزش است که برای بررسی شاخص‌های پایداری کمی و کیفی آبخوان از آن استفاده می‌شود (احمدی و صدق‌آمیز^۴، ۲۰۰۷). استفاده از این شاخص در تجزیه و تحلیل‌ها را می‌توان به دو بخش کلی تقسیم نمود (موون و همکاران^۵، ۲۰۰۴). در حالت اول می‌توان از اطلاعات GWL آبخوان در گذشته، برای رسم هیدروگراف آبخوان استفاده کرد و سپس بر اساس آن درباره تأثیر فعالیت‌های گذشته بر وضعیت فعلی آبخوان قضاوت نمود (بلووم فیلد و همکاران^۶، ۲۰۱۵). در حالت دوم، به دلیل عدم قطعیت موجود در فرایندهای پیش‌بینی، نسبت به حالت اول چالش‌برانگیزتر است. از اطلاعات حاصل از هیدروگراف آبخوان در گذشته و مدل‌های سری زمانی، سطح ایستابی برای آینده را می‌توان پیش‌بینی کرد (میرزاوند و قاضوی^۷، ۲۰۱۵). همچنین در حالت پیشرفته‌تر می‌توان از اطلاعات هیدروگراف و سایر پارامترهای مؤثر بر آن مانند بارندگی، دما، تبخیر و تعرق و... و با استفاده از مدل‌های یادگیری ماشین، نوسانات GWL را شبیه‌سازی نمود (کولیبالی و همکاران^۸، ۲۰۰۱)؛ بنابراین همواره تلاش می‌گردد مدلهایی برای این کار انتخاب شوند که بتوانند این نوسانات را با دقت بیشتری شبیه‌سازی نمایند (چوبین و کالکیان^۹، ۲۰۱۷؛ موون و همکاران^{۱۰}، ۲۰۰۴؛ و ساهو و همکاران^{۱۱}، ۲۰۱۷).

ادبیات موضوع و پیشینه پژوهش

تاکنون شبکه‌های عصبی مختلفی باهدف شبیه‌سازی نوسانات سطح آب زیرزمینی توسعه پیدا کرده‌اند. به‌عنوان مثال ژانگ و همکاران^{۱۱} (۲۰۲۰) برای مقایسه کارایی مدل‌های داده‌محور و فرایندمحور از مدل MODFLOW و شبکه عصبی بازگشتی NARX استفاده کردند. آنها از این مدل‌ها برای شبیه‌سازی سطح آب زیرزمین و آبدی چشمه‌ها در یک آبخوان با سیستم هیدرولیکی پیچیده استفاده کردند. نتایج این مطالعه نشان داد که مدل NARX نسبت به مدل MODFLOW توانایی بهتری در شبیه‌سازی نوسانات سطح ایستابی دارد به طوری که می‌توان از آن به‌عنوان یک جایگزین مطمئن برای شبیه‌سازی GWL استفاده کرد.

چن و همکاران^{۱۲} (۲۰۲۰) برای شبیه‌سازی نوسانات GWL چهار مدل MODFLOW, MLP, RBF, SVM را توسعه دادند. آنها در این مطالعه از داده‌های سطح ایستابی و هواشناسی برای آموزش و تست و صحت‌سنجی مدل‌های مختلف استفاده کردند. بر اساس نتایج این مطالعه این نوسانات توسط مدل‌های MLP و RBF و SVM نسبت به مدل MODFLOW با دقت بیشتری شبیه‌سازی شدند، همچنین از بین شبکه‌های عصبی مختلف، SVM نسبت به سایر مدل‌ها نوسانات سطح ایستابی را با دقت بهتری شبیه‌سازی کرد.

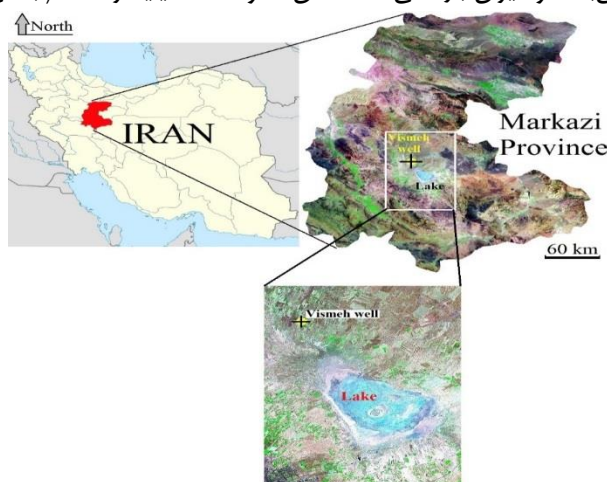
1. McLachlan et al
2. Mazraeh et al
3. Jakeman et al
4. Ahmadi and Sedghamiz
5. Moon et al
6. Bloomfield et al
7. Mirzavand & Ghazavi
8. Coulibaly et al
9. Choubin & Malekian
10. Sahoo et al
11. Zhang et al
12. Chen et al

سیفی و همکاران^۱ (۲۰۲۰) با هدف بررسی کارایی مدل‌های مختلف یادگیری ماشین و بهینه‌سازی نتایج آنها از ۳ مدل مختلف با شش الگوریتم فرا ابتکاری مختلف برای بهینه‌سازی نتایج شبکه‌های عصبی استفاده کردند. آنها ابتدا برای شبه‌سازی نوسانات سطح آب زیرزمینی از سه مدل ANN, ANFIS, SVM استفاده نمودند، سپس از شش الگوریتم فرا ابتکاری مختلف برای بهینه‌سازی نتایج این مدل‌ها استفاده کردند. بر اساس نتایج این مطالعه شبکه عصبی SVM و شبکه عصبی ANFIS بهینه شده توسط الگوریتم GOA به آموزش عملکرد را نسبت به همه مدل‌ها داشتند.

از دیگر تحقیقات در زمینه موضوع این تحقیق می‌توان به تحقیقات عزیز و همکاران^۲ (۲۰۲۳)؛ امیری و همکاران^۳ (۲۰۲۱)؛ شعبانلو^۴ (۲۰۱۸)؛ اسماعیلی و همکاران^۵ (۲۰۲۱)؛ فلاحی و همکاران^۶ (۲۰۲۳) و پناهی و همکاران^۷ (۲۰۲۲) اشاره کرد.

روش پژوهش

منطقه مورد مطالعه در این پژوهش دشت اراک در جنوب شرق استان مرکزی است. این منطقه با مساحت 5510 Km^2 بین طول‌های " ۴۸ '۵۴ ۴۸" الی " ۵۱ '۰۳ ۰۲" و عرض جغرافیایی " ۳۳ '۲۳ ۱۷" الی " ۳۳ '۳۵" قرار دارد. متوسط ارتفاع این منطقه از سطح دریا ۱۶۷۰ متر است. جهت‌گردایان شیب در این منطقه به طرف مرکز دشت است. از ویژگی‌های منحصر به فرد این منطقه وجود تالاب اراک با مساحت 120 Km^2 در بخش مرکزی آن است. این تالاب دارای ویژگی‌های بوم‌شناسی خاصی است، از جمله اینکه سالانه میزبان تعداد زیادی از پرندگان مهاجر از جمله درناهاست (عربگل و همکاران^۸، ۲۰۱۶). آب‌وهوای تالاب اراک، مدیترانه‌ای گرم و خشک می‌باشد و میزان بارندگی سالانه آن حدود ۳۶۱ میلی‌متر است (جلالی و همکاران^۹، ۲۰۱۶).



شکل ۱. موقعیت منطقه مطالعاتی

۱. مدل عددی MODFLOW

اساس همه معادلات حاکم بر جریان آب زیرزمینی در محیط متخلخل قانون داری و معادله پیوستگی است (تود و میز^{۱۰}، ۲۰۰۴). با این حال معادلات حاکم بر جریان آب زیرزمینی را می‌توان با توجه به نوع آبخوان و ویژگی‌های محیط متخلخل به انواع مختلفی تقسیم کرد (بیر، ۲۰۱۲). بر اساس نتایج آزمون‌های ژئوفیزیکی و مطالعه لاگ چاه‌های مشاهداتی منطقه مورد مطالعه،

1. Seifi et al
2. Azizi et al
3. Amiri et al
4. Shabanlou
5. Esmacili et al
6. Fallahi et al
7. Panahi et al
8. Arabgol et al
9. Jalali et al
10. Todd & Mays

آبخوان دشت اراک از نوع آزاد است. در همین راستا رابطه (۱) معادله جریان ناپایدار آب زیرزمینی برای یک آبخوان باز در یک محیط غیرهمسو و ناهمگن را نشان می دهد. در چنین محیطی محورهای اصلی هدایت هیدرولیکی با محورهای مختصات همسو هستند (تود و میز، ۲۰۰۴). وجود مقدار صفر در سمت راست این رابطه به معنای پایدار بودن جریان آب زیرزمینی نیست، بلکه به معنای ناچیز بودن مقدار ضریب ذخیره در این نوع آبخوان است ($0 \sim S_s$) زیرا برعکس آبخوان های تحت فشار مقدار آب خروجی از آبخوان آزاد وابستگی بسیار کمی به تراکم پذیری آن دارد (هالک و سویچ، ۲۰۱۱).

(۱)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) = 0$$

به دلیل نوسانات زمانی و مکانی سطح آب زیرزمینی در آبخوان های آزاد، از نظر ریاضی حل معادلات آنها نسبت به معادلات آبخوان های تحت فشار بسیار دشوارتر است (نیومن، ۱۹۷۲). این مسئله برای مدت ها یک چالش اساسی برای حل این معادلات بود، تا این که بوسینسک در سال ۱۹۰۴ بر اساس فرضیات معادله دوپویی - فورشه ایمر این معادله را حل کرد (رابطه (۲)) (بیر، ۲۰۱۲).

(۲)

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = \frac{S_y}{bK} \frac{\partial h}{\partial t}$$

در این معادله K ، h ، S_y و t به ترتیب هدایت هیدرولیکی آبخوان، سطح آب زیرزمینی در نقطه موردنظر، آبدهی ویژه و ضخامت آبخوان است.

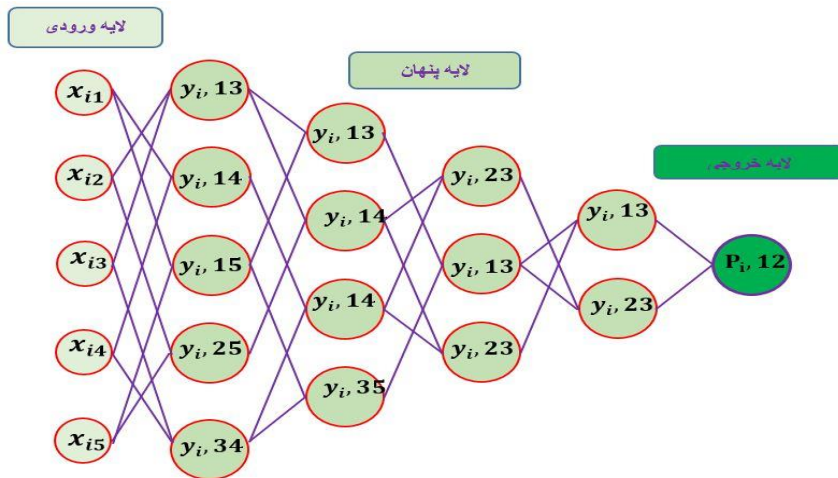
در مدل MODFLOW بعد از شبکه بندی مدل و مشخص شدن شرایط مرزی و شرایط اولیه، بر اساس معادله حاکم بر جریان آب زیرزمینی برای هر گره یک معادله نوشته می شود. سپس باید از یک روش مناسب مانند روش های صریح یا ضمنی برای تبدیل معادله دیفرانسیل جزئی به معادلات جبری استفاده کرد (وانگ و اندرسون، ۱۹۹۵). باید از روش های دیگری مانند روش گاوس - سایدل، روش تکرار ژاکوبی برای حل این معادلات استفاده نمود تا سطح آب شبیه سازی شده توسط مدل MODFLOW در گره موردنظر مشخص گردد (پرکت و لاکوئیست، ۱۹۷۱). در ادامه می توان با مقایسه این مقدار با مقدار مشاهده ای در آن نقطه و یک معیار عملکرد مناسب مانند RMSE دقت مدل را ارزیابی نمود (وانگ و اندرسون، ۱۹۹۵).

۲. شبکه عصبی عمیق GMDH

اولین نسخه الگوریتم GMDH در سال ۱۹۶۶ توسط ایواخنکو برای حل چند جمله ای های مرتبه بالا ارائه شد و بعد از آن نسخه های دیگری توسط دانشمندان دیگر توسعه داده شدند (ایواخنکو، ۱۹۹۵). از دیدگاه ریاضی GMDH نوعی الگوریتم خود سازمانده می باشد که می توان از آن برای تحلیل سیستم های غیرخطی مرتبه بالا استفاده کرد (فارلو، ۱۹۸۱). اما از دیدگاه یادگیری ماشین، GMDH نوعی الگوریتم یادگیری عمیق است که می توان از آن برای اهداف مختلفی مانند شناسایی الگو، خوشه بندی و برازش تابع استفاده کرد (اسچمیدهوربر، ۲۰۱۵). بر اساس این شبکه از نظر ساختار بسیار شبیه به شبکه عصبی پرسپترون چند لایه است با این تفاوت که اولاً برعکس شبکه عصبی MLP در شبکه عصبی GMDH تنها اطلاعات مفید هر

1. Hálek & Švec
2. Neuman
3. Bear
4. Prickett & Lonquist
5. Wang & Anderson
6. Ivakhnenko
7. Farlow
8. Schmidhuber

لایه به لایه بعد منتقل می‌شوند (شکل (۱)) (مزرعه و همکاران^۱، ۲۰۲۳). دوما در شبکه عصبی GMDH ارتباط بین ورودی‌ها و خروجی‌ها توسط چند جمله‌ای کولموگروف-گابو انجام می‌شود (رابطه (۳)) (غضنفری و همکاران^۲، ۲۰۱۷).



شکل ۲. ساختار شبکه عصبی GMDH

$$G(x_i, x_j) = a_0 + a_1 x_i + a_2 x_j + a_3 x_i x_j + a_4 x_i^2 + a_5 x_j^2 \quad (3)$$

در این رابطه $x_i x_j$ به ترتیب نشان دهنده متغیر اول و دوم مورد استفاده برای تشکیل چند جمله‌ای ایواخنکو هستند. اکنون با توجه اندازه بردار متغیرهای ورودی، رابطه (۳) برای همه جفت متغیرها توسعه داده می‌شود. مجموع رابطه‌های تشکیل شده برای همه متغیرهای خروجی را می‌توان به صورت یک ماتریس واحد نوشت. سپس برای هر سطر از ماتریس M یک رابطه دیگر توسعه داده می‌شود.

$$Aa = y \quad (4)$$

$$y = \{y_1, y_2, y_3, \dots, y_m\}^T \quad (5)$$

$$a = \{a_1, a_2, a_3, \dots, a_m\}^T \quad (6)$$

در این معادله، a بردار ضرایب مجهول و y بردار خروجی‌های مطلوب است. یکی از بخش‌های اصلی آموزش شبکه عصبی GMDH محاسبه ضرایب رابطه (۳) است. برای محاسبه این ضرایب می‌توان از روش‌های مختلفی مانند تجزیه مقادیر منفرد^۳، گرادیان کاهش^۴ استفاده کرد. صرف نظر از تفاوت‌های موجود میان همه این روش‌ها در همه آنها هدف کاهش اختلاف بین مقادیر مشاهده‌ای و مقادیر محاسبه شده است (رابطه (۷)) (ابتهاج و همکاران^۵، ۲۰۱۸). در این مطالعه از روش SVD برای آموزش شبکه عصبی GMDH استفاده شد (SVD-GMDH).

$$r^2 = \frac{\sum_{i=1}^M (y_i - G_i(0))^2}{\sum_{i=1}^M y_i^2} \rightarrow \min \quad (7)$$

تجزیه مقادیر منفرد (SVD) روشی قدرتمند برای تجزیه و تحلیل مجموعه‌ای از معادلات خطی است. SVD روش توسعه‌یافته‌ای از روش تجزیه مقادیر ویژه اپراتورهای مربعی است، با این تفاوت که با استفاده از روش SVD هر ماتریس صرف نظر از ابعاد آن را می‌توان به حاصل ضرب یک ماتریس قطری در دو ماتریس معکوس‌پذیر تجزیه کرد. به عبارت دیگر در این روش هر ماتریس را می‌توان حداقل به دو ماتریس دیگر تجزیه کرد به طوری که با اعمال این دو ماتریس از سمت چپ و راست یک ماتریس قطری حاصل شود. از این روش به طور عمده در مسائل شناسایی الگو، ترکیب تصویر، فشرده‌سازی تصویر و

1. Mazraeh et al
2. Ghazanfari et al
3. Singular Value Decomposition (SVD)
4. Gradient Descent (GD)
5. Ebtehaj et al

پردازش سیگنال استفاده می‌شود. باتوجه به اینکه برای محاسبه SVD از ماتریس کوواریانس متغیرهای ورودی استفاده می‌شود؛ لذا اندازه بردار مقادیر منفرد حاصل از آن به همبستگی بین داده‌ها بستگی دارد؛ بنابراین با افزایش ضریب همبستگی بین داده‌ها اندازه مقادیر منفرد نیز بزرگ‌تر می‌شود و با کاهش آن اندازه این بردار کوچک‌تر می‌شود. برای استفاده از روش تجزیه مقادیر منفرد در مسائل مربوط به پردازش سیگنال اگر A یک ماتریس $m \times n$ باشد به طوری که $A \in R^6$ ، در این صورت می‌توان با استفاده از تجزیه مقادیر منفرد می‌توان این ماتریس را به سه ماتریس تجزیه کرد (رابطه (۸)).

$$A=UWV^T \quad (8)$$

در رابطه V ماتریس بردار منفرد چپ و U ماتریس منفرد راست هستند و W یک ماتریس قطری است، باتوجه به این که این بردارها متعامد هستند؛ بنابراین می‌توان نوشت:

$$UU^T=VV^T=I \quad (9)$$

در نهایت برای محاسبه ضرایب رابطه (۳) با استفاده از روش تجزیه مقادیر منفرد می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد.

$$y(10)a=V \left[\text{diag} \left(\frac{1}{w_i} \right) \right] U^T \quad (10)$$

۳. ارزیابی عملکرد مدل

یکی از مراحل مهم آموزش توسعه مدل‌های یادگیری ماشین، ارزیابی آنها می‌باشد. در این مرحله باید با استفاده از شاخص‌های مناسبی میزان دقت مدل ارزیابی شود. در این مطالعه بعد از توسعه مدل MODFLOW و SVD-GMDH برای ارزیابی مدل‌ها از شاخص‌های R^2, NSC, RMS استفاده شد. در این رابطه N تعداد مشاهده‌ها است، F_i مقدار پیش‌بینی شده است، O_i مقدار مشاهده‌ای است و \bar{F} و \bar{O} به ترتیب متوسط مقادیر F_i و O_i هستند.

$$RMSE = \left[N^{-1} \sum_{i=1}^N (F_i - O_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (11)$$

$$NSC = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (O_i - F_i)^2}{\sum_{i=1}^N (O_i - \bar{O})^2} \quad (12)$$

$$R^2 = \left[\sum_{i=1}^N (F_i - \bar{F})(O_i - \bar{O}) \right]^2 \left[\sum_{i=1}^N (F_i - \bar{F})^2 \sum_{i=1}^N (O_i - \bar{O})^2 \right]^{-1} \quad (13)$$

یافته‌های پژوهش

۱. مدل عددی

اولین گام برای شبیه‌سازی جریان زیرزمینی توسط مدل MODFLOW تشکیل یک دیتاست کامل و سپس توسعه مدل مفهومی است (هرباگ و همکاران^۱، ۲۰۰۰). برای این کار از اطلاعات DEM منطقه و نقشه ۱/۲۵۰۰۰ برای تعیین مرز فیزیکی آبخوان و توپوگرافی دشت و از نقشه جهت جریان برای مشخص کردن مرزهای هیدروژئولوژیکی استفاده شد. بر اساس این اطلاعات جهت جریان آب زیرزمینی در این آبخوان عمدتاً به سمت مرکز دشت است. برای تهیه نقشه عمق سنگ کف اطلاعات لاگ چاه‌های اکتشافی و مقاطع ژئوالکتریک استفاده شد. بر اساس این اطلاعات عمق سنگ کف در حاشیه دشت حداکثر است و با حرکت به سمت مرکز دشت عمق آن کمتر می‌شود. در این آبخوان ۸۸۶ چاه بهره‌برداری وجود دارد که میزان برداشت سالانه آب از آنها بیش از یک میلیارد مترمکعب است. بسیاری از این چاه‌ها در بخش‌های جنوبی و جنوب غرب دشت قرار دارند. بررسی نقشه‌های هم عمق نشان می‌دهد که عمق برخورد به سطح آب زیرزمینی در این آبخوان از متوسط ۵ متر در حاشیه دشت تا نزدیک ۱ متر در مرکز دشت متغیر است. برای بررسی آینده ویژه و هدایت هیدرولیکی آبخوان نتایج آزمون پمپاژ

و اطلاعات لاگ چاه‌ها اکتشافی و مقاطع ژئوالکتریک استفاده شد. بر اساس این اطلاعات و باتوجه‌به تنوع رسوبات و لایه‌های چینه‌شناسی در منطقه دامنه تغییرات هدایت هیدرولیکی و آبدهی ویژه در بخش‌های مختلف آبخوان متغیر است؛ اما به‌طور کلی مقدار آن در بخش‌های غربی و جنوب شرقی نسبت به بخش‌های دیگر دشت بیشتر است. بررسی بیلان منطقه نیز نشان می‌دهد که اصلی‌ترین جریان‌های ورودی به آبخوان بارندگی، آب رودخانه‌های فصلی و آب برگشتی کشاورزی هستند درحالی‌که برداشت از چاه‌های بهره‌برداری اصلی‌ترین جریان خروجی از آبخوان است. در این مطالعه بر اساس اطلاعات حاصل از هیدروگراف ۲۰ساله و کیفیت داده‌های موجود از اطلاعات فروردین سال ۱۳۸۵ برای توسعه مدل پایدار و از اطلاعات ۸ سال (فروردین ۱۳۸۵ الی اسفند سال ۱۳۹۳) با گام زمانی ماهانه برای توسعه مدل ناپایدار استفاده شد. همچنین برای صحت سنجی مدل از اطلاعات دو سال (فروردین سال ۱۳۹۳ تا اسفند سال ۱۳۹۵) استفاده شد.

۲. توسعه مدل MODFLOW

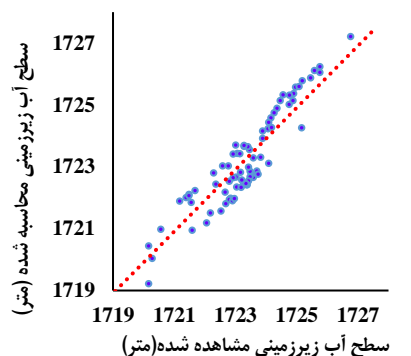
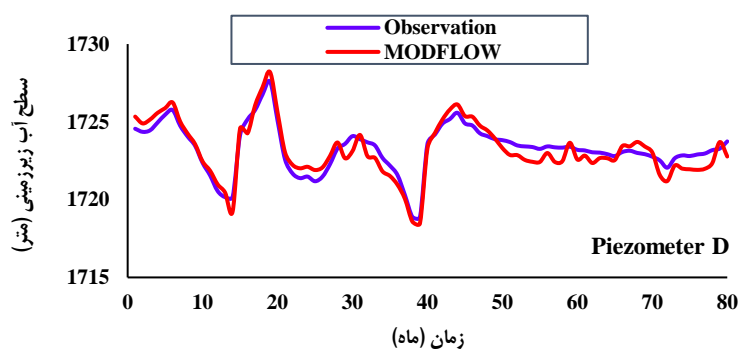
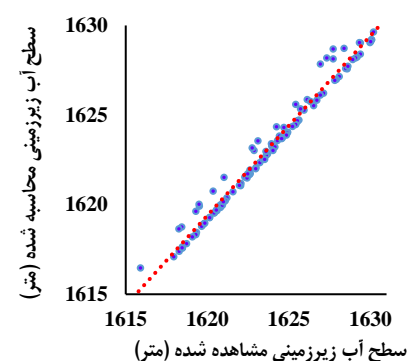
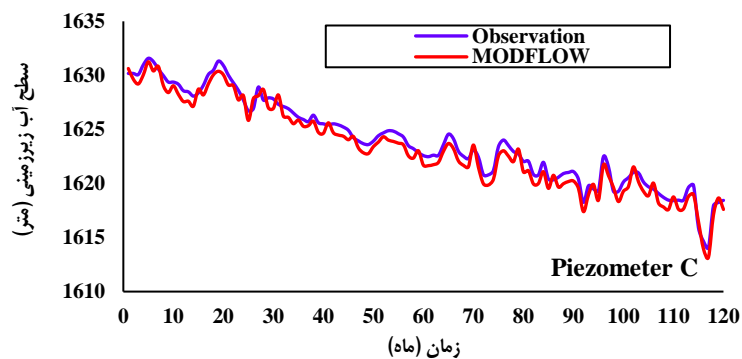
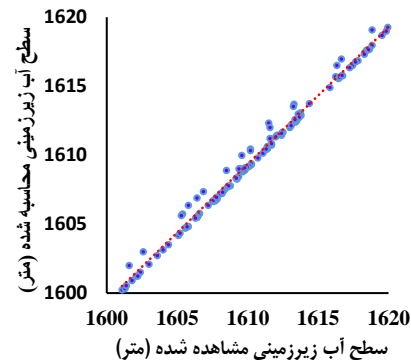
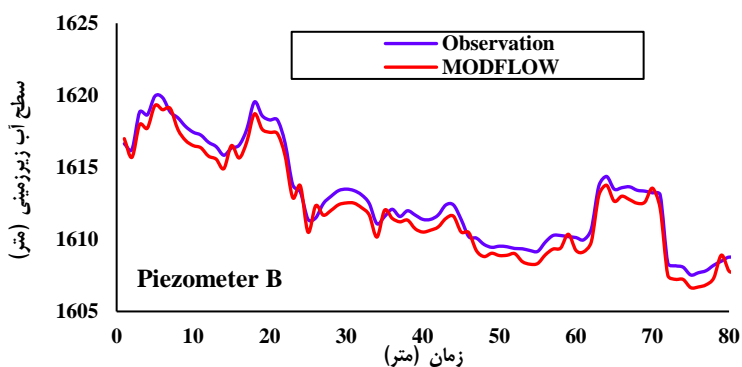
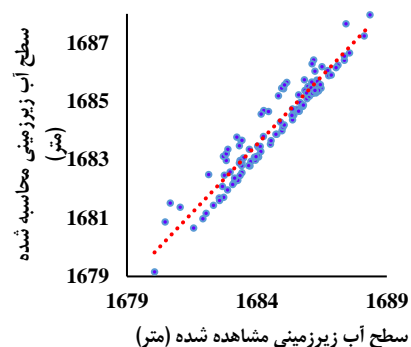
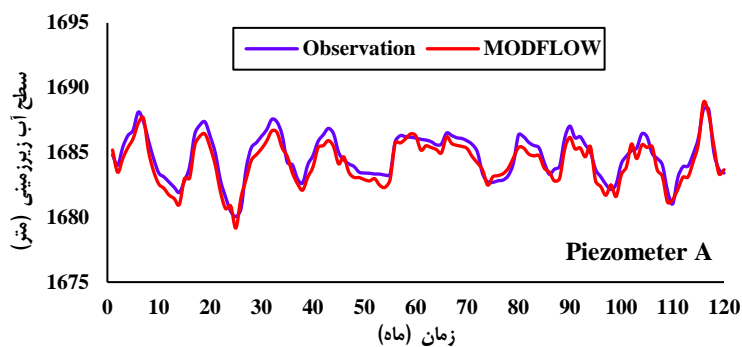
باتوجه‌به این که آبخوان دشت اراک از نوع آزاد است در این مطالعه از مدل MODFLOW-NWT برای شبه‌سازی جریان آب زیرزمینی استفاده شد. همچنین برای تبدیل مدل مفهومی به مدل عددی در این مدل از بسته مرز با بار هیدرولیکی عمومی، تبخیر و تعرق، زهکش، دریاچه، چاه‌های بهره‌برداری، چاه‌های مشاهده‌ای، تغذیه استفاده شد. همچنین برای حل مجموع معادلات مدل MODFLOW-NW از پکیج Stochastic Simulation استفاده شد، ویژگی این روش نسبت به روش‌های دیگر مانند Forward Run استفاده از روش مونت‌کارلو برای تخمین پارامترهاست (سانتوس و همکاران^۱، ۲۰۱۸). همچنین برای کالیبره کردن پارامترهای ضریب ذخیره ویژه و هدایت هیدرولیکی ابتدا از روش سعی و خطا استفاده شد. سپس برای بهبود دقت مدل از روش PEST استفاده شد. بر اساس نتایج حاصل از مدل کالیبره شده میزان RMSE مدل پایدار ۰/۸۸۴۷ و مدل ناپایدار ۰/۷۹۲۶ است. همچنین میزان این شاخص برای مرحله صحت سنجی برابر ۰/۸۴۲۱ است (جدول ۱). همچنین بررسی RMSE برای پیژومترهای مختلف نشان می‌دهد با وجود اینکه در بسیاری از موارد این شاخص برای پیژومترهای مختلف مقادیر قابل قبولی دارد؛ اما برای برخی پیژومترها مقدار بالایی دارد. در شکل (۴) سری زمانی ۴ از پیژومترهایی که بیش آموزش RMSE را در مرحله صحت سنجی نسبت به سایر پیژومترها دارند نشان داده شده است. (جدول ۲)

جدول ۱. میزان خطای مدل MODFLOW برای مرحله پایدار، ناپایدار و مرحله صحت سنجی

Efficiency criteria	پایدار	ناپایدار	صحت سنجی
RMSE	0.9447	0.9226	0.9721
NSE	0.7043	0.7390	0.6783
R ²	0.8962	0.9081	0.8948

جدول ۲. پیژومترهای داری بیشترین میزان خطا در مرحله صحت سنجی مدل MODFLOW

Piz. No	RMSE	R ²	NSE
A	0.9822	0.8703	0.6427
B	0.9443	0.9006	0.7038
C	0.8917	0.9170	0.7481
D	0.9714	0.8927	0.6811



شکل ۶. مقایسه سطح آب زیرزمینی مشاهده شده و محاسبه شده توسط مدل MODFLOW برای پیزومترهای دارای بیش آموزش میزان خطا در مرحله صحت سنجی

۳. مدل GMDH

اولین گام برای توسعه مدل‌های شبکه عصبی شناخت متغیرهای ورودی و خروجی شبکه است (سنتس و همکاران^۱، ۲۰۱۸). در این مطالعه برای شبیه‌سازی نوسانات سطح آب زیرزمینی در گام زمانی t از پارامترهای سطح آب زیرزمینی، بارندگی، سطح آب دریاچه، دما، تبخیر استفاده شد.

یکی از چالش‌های اساسی در توسعه مدل‌های شبکه عصبی ترکیب داده‌های ورودی است، در بسیاری از تحقیقات از روش سعی و خطا برای انتخاب ترکیب ورودی‌ها استفاده می‌شود، اما در این مطالعه از تابع خودهمبستگی^۲ (ACF) و تابع خودهمبستگی جزئی^۳ (PACF) استفاده شد. بر اساس این نتایج، ۱۴ متغیر برای تشکیل ماتریس ورودی شبکه عصبی SVD-GMDH انتخاب شدند ($P_{t-2}, HL_t, HL_{t-1}, HL_{t-2}, HL_{t-3}, T_t, T_{t-1}, E_t, E_{t-1}, GWL_{t-1}, GWL_{t-2}, GWL_{t-3}, P_t, P_{t-1}$).

بنابراین، بردار ورودی شبکه عصبی SVD-GMDH شامل ۱۴ متغیر مستقل است، سپس باتوجه به این متغیرها و رابطه (۳) ترکیب دوتایی مختلفی تشکیل و عملکرد آن‌ها در توسعه مدل GMDH ارزیابی شد. در این حالت در هر نرون از روش SVD برای محاسبه ضرایب رابطه (۳) استفاده شد. سپس بر اساس معیار خطا نرون‌های منتخب به لایه بعد منتقل شدند و این فرایند دوباره در لایه دوم تکرار شد، در نهایت این فرایند تا لایه آخر و انتخاب یک نرون ادامه پیدا کرد. به‌عنوان مثال معادله (۱۴) رابطه مورد استفاده در آخرین نرون شبکه عصبی SVD-GMDH برای محاسبه GWL در پیژومتر ۱۸ را نشان می‌دهد. در این مطالعه از ۸۰ درصد داده‌ها برای آموزش شبکه عصبی و از سایر داده‌ها برای تست استفاده شد. بعد از آموزش و تست شبکه معیارهای خطا محاسبه شدند (جدول (۴)). مقدار RMSE برای مرحله آموزش و تست شبکه به ترتیب برابر است با 0.2542 و 0.2285 است، میزان شاخص NSE نیز برای این مراحل به ترتیب برابر 0.9065 و 0.9319 است. شاخص R^2 نیز در مرحله آموزش و تست برای همه پیژومترها مقادیر مناسبی دارد. مقدار این شاخص برای مرحله آموزش و تست به ترتیب برابر 0.9217 و 0.9319 است. بر اساس این نتایج نوسانات GWL در منطقه مورد مطالعه به خوبی توسط مدل SVD-GMDH شبیه‌سازی شده اند. در شکل (۷) نتایج مدل SVD-HMDH برای ۴ تا از پیژومترهای منطقه که میزان RMSE آنها در مدل MODFLOW نسبت به سایر پیژومترهای منطقه بیشتر بود نشان داده شده است.

(۱۴)

$$GWL_t^{18} = 0.2373 - 0.0322a_0 - 0.0879a_1 + 0.1012a_0a_1 + 0.3402a_0^2 + 0.7841a_1^2$$

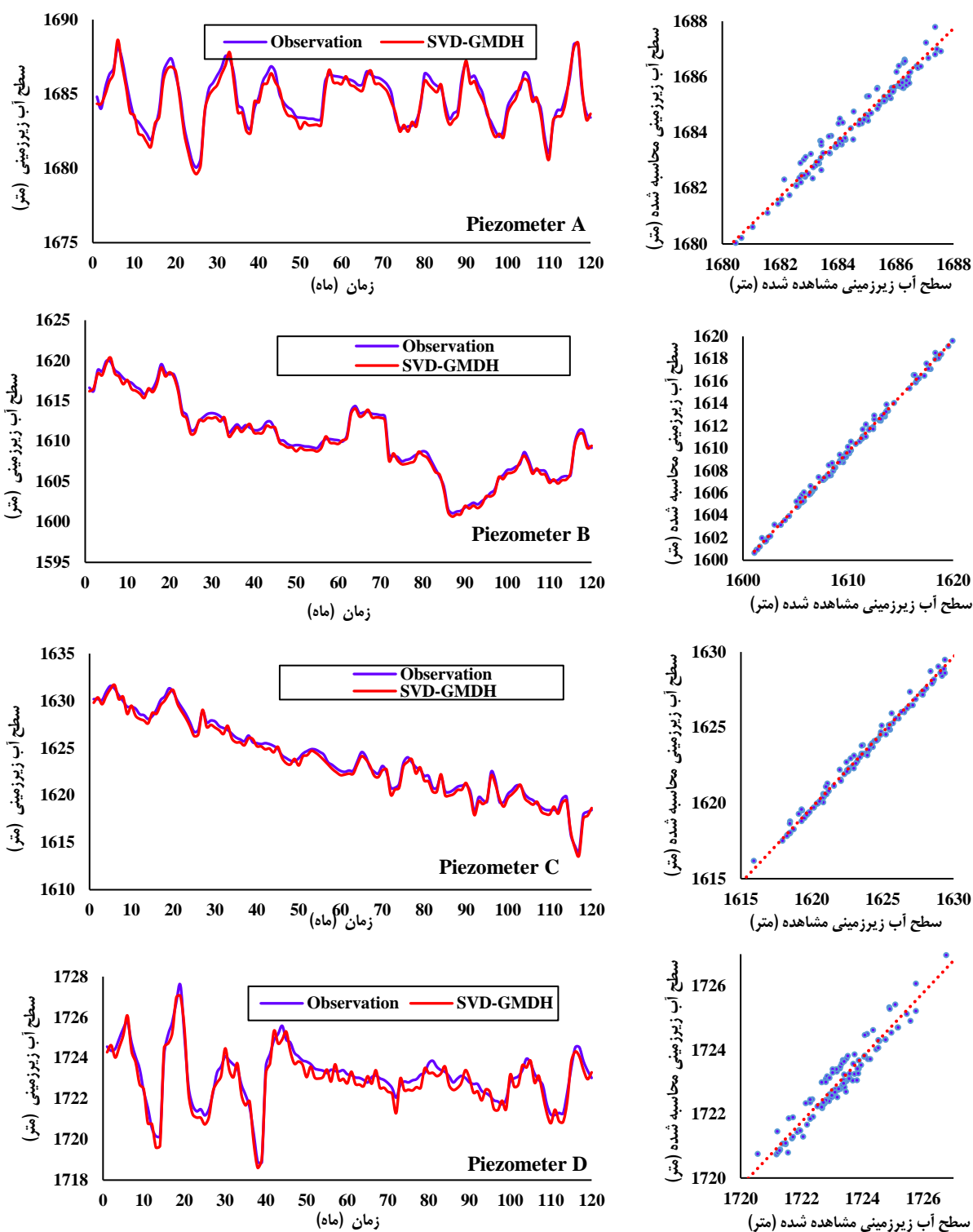
جدول ۴. نتایج شاخص‌های آماری برای مدل SVD-GMDH

معیار ارزیابی	آموزش	آزمایش
RMSE	0.2285	0.2542
NSE	0.9192	0.9065
R^2	0.9319	0.9217

جدول ۵. پیژومترهای دارین بیشترین میزان خطا در مرحله صحت سنجی مدل SVD-GMDH

پیژومتر	RMSE	R^2	NSE
a	0.2462	0.9365	0.8763
B	0.2086	0.9509	0.9021
C	0.1880	0.9641	0.9275
D	0.2214	0.9444	0.8987

1. Santos et al
2. Autocorrelation function
3. Partial autocorrelation function



شکل ۷. مقایسه سطح آب زیرزمینی مشاهده شده و محاسبه شده توسط مدل SVD-GMDH برای پیزومترهای دارای بیشترین میزان خطا در مرحله صحت سنجی

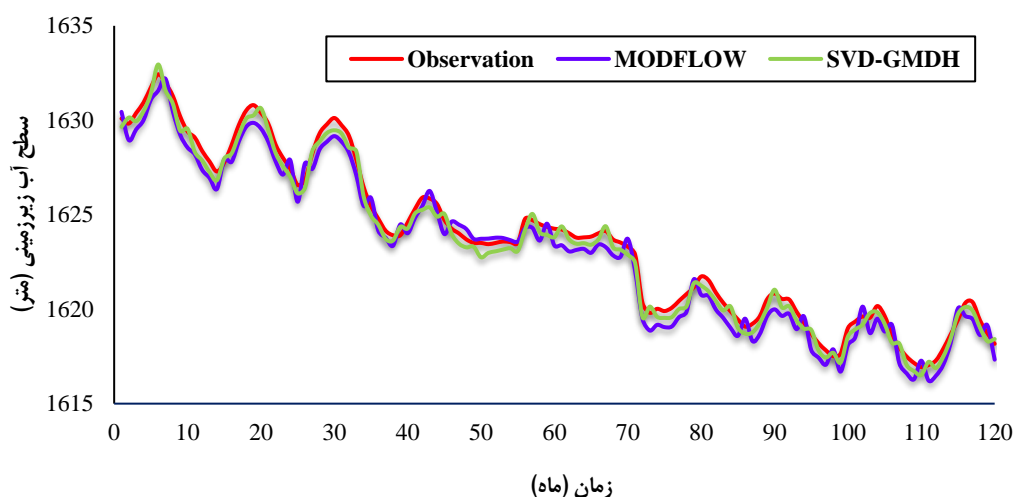
۴. بررسی هیدروگراف آبخوان

بعد از شبیه سازی GWL برای همه پیزومترها از هیدروگراف واحد آبخوان برای مقایسه نتایج مدل های مختلف استفاده شد. بعد از شبیه سازی نوسانات GWL برای منطقه مورد مطالعه توسط مدل های SVD-GMDH و MODFLOW-NW و ترسیم هیدروگراف آبخوان از شاخص های R^2 ، NSE و RMSE برای مقایسه نتایج این مدل ها استفاده شد. مقایسه نتایج

مدل‌های مختلف نشان داد که هر سه مدل نوسانات سطح آب زیرزمینی را با دقت قابل قبولی شبیه‌سازی کرده‌اند. با این حال نگاه دقیق‌تر به فراز و فرودهای سری زمانی شبیه‌سازی شده توسط این مدل‌ها تفاوت‌های مهمی را نشان می‌دهد. مدل SVD-GMDH نسبت به مدل MODFLOW سطح آب زیرزمینی را با دقت بیشتری شبیه‌سازی کرده است. بطوری که میزان شاخص‌های R^2 ، NSE و RMSE برای مدل MODFLOW به ترتیب ۰/۹۸۸۷، ۰/۹۶۸۳ و ۰/۳۲۹۷ هستند. در حالی که این مقادیر برای مدل SVD-GMDH به ترتیب برابر ۰/۹۸۸۷، ۰/۹۶۸۳ و ۰/۳۲۹۷ هستند. دلیل این مسئله قابلیت مناسب مدل GMDH در یافتن ارتباط بین ورودی‌ها و خروجی‌های مدل است. چیزی که باعث می‌شود این مدل‌ها نسبت به مدل‌های MODFLOW در مقابل عدم قطعیت‌ها موجود در داده‌ها مقاومت‌تر باشند. این در حالی است که کمترین عدم قطعیت در داده‌ها و ورودی می‌تواند تأثیر مهمی در نتایج مدل‌های فرایندمحور مانند MODFLOW داشته باشد. بنابراین مدل SVD-GMDH نسبت به مدل MODFLOW هر نوسانات سطح آب زیرزمینی را با دقت بهتری شبیه‌سازی می‌کند.

جدول ۷. مقایسه نتایج مدل‌های MODFLOW و SVD-GMDH

معیار خطا	MODFLOW	SVD-GMDH
RMSE	0.8749	0.3297
NSE	0.7405	0.9683
R^2	0.9886	0.9887



شکل ۸. مقایسه هیدروگراف‌های واحد مشاهده شده و محاسبه شده بر اساس نتایج مدل‌های MODFLOW، SVD-GMDH

بحث

هدف این مطالعه شبیه‌سازی نوسانات سطح آب زیرزمینی دشت اراک با استفاده از مدل MODFLOW و شبکه عصبی GMDH استفاده شد. در این تحقیق ابتدا مدل ناپایدار MODFLOW برای یک دوره هشت‌ساله (فروردین ۱۳۸۵ الی اسفند ۱۳۹۳) با گام زمانی ماهانه واسنجی گردید. سپس این مدل برای یک دوره دو ساله (فروردین ۱۳۹۳ الی اسفند ۱۳۹۵) صحت‌سنجی شد.

نتیجه‌گیری

هدف این مطالعه شبیه‌سازی نوسانات سطح آب زیرزمین با استفاده از مدل‌های عددی و شبکه عصبی عمیق است. هر کدام از این مدل‌ها ویژگی‌های منحصر به فردی دارند. به عنوان مثال مدل‌های عددی هم‌زمان با شبیه‌سازی نوسانات سطح آب زیرزمینی

توانایی محاسبه بیلان آبخوان و تأثیر آن بر این نوسانات را دارند، این مسئله باعث می شود به راحتی بتوان تأثیر عوامل مختلف مانند تغییرات آب و هوا بر این نوسانات را ارزیابی کرد. از طرف دیگر بر خلاف مدل های عددی، شبکه های عصبی برای شبیه سازی نوسانات سطح آب زیرزمینی وابسته به شرایط فیزیکی آبخوان و پارامترهای هیدروژئولوژیکی مانند هدایت هیدرولیکی و آبدهی ویژه نیستند. این مسئله باعث می شود بتوان با استفاده از اطلاعات کمتر و درعین حال بادقت بیشتری نوسانات سطح آب زیرزمینی را شبیه سازی کرد.

ملاحظات اخلاقی

پیروی از اصول اخلاق پژوهش

نویسندگان اصول اخلاقی را در انجام و انتشار این پژوهش علمی رعایت نموده اند و این موضوع مورد تأیید همه آنهاست.

تعارض منافع

بنا بر اظهار نویسندگان این مقاله تعارض منافع ندارد.

References

- Ahmadi, S. H., & Sedghamiz, A. (2007). Geostatistical analysis of spatial and temporal variations of groundwater level. *Environmental monitoring and assessment*, 129(1), 277-294. <https://doi.org/10.1007/s10661-006-9361-z>
- Amiri, S., Rajabi, A., Shabanlou, S., Yosefvand, F., & Izadbakhsh, M.A. (2023). Prediction of groundwater level variations using deep learning methods and GMS numerical model. *Earth Sci Inform*, 16, 3227–3241. <https://doi.org/10.1007/s12145-023-01052-1>
- Arabgol, R., Sartaj, M., & Asghari, K. (2016). Predicting nitrate concentration and its spatial distribution in groundwater resources using support vector machines (SVMs) model. *Environmental Modeling & Assessment*, 21(1), 71-82. <https://doi.org/10.1007/s10666-015-9468-0>
- Azizi, E., Yosefvand, F., Yaghoubi, B., Izadbakhsh, M.A., & Shabanlou, S. (2023) Modelling and prediction of groundwater level using wavelet transform and machine learning methods: A case study for the Sahneh Plain, Iran. *Irrigation and Drainage*, 72(3), 747–762. <https://doi.org/10.1002/ird.2794>
- Bear, J. (2012). *Hydraulics of groundwater*. Courier Corporation, Mineola, New York. <https://www.scirp.org/reference/referencespapers?referenceid=2874426>
- Bloomfield, J., Marchant, B., Bricker, S., & Morgan, R. (2015). Regional analysis of groundwater droughts using hydrograph classification. *Hydrology and Earth System Sciences*, 19(10), 4327-4344. <https://doi.org/10.5194/hess-19-4327-2015>
- Chen, C., He, W., Zhou, H., Xue, Y., & Zhu, M. (2020). A comparative study among machine learning and numerical models for simulating groundwater dynamics in the Heihe River Basin, northwestern China. *Scientific reports*, 10(1), 1-13. <https://doi.org/10.1038/s41598-020-60698-9>
- Choubin, B., & Malekian, A. (2017). Combined gamma and M-test-based ANN and ARIMA models for groundwater fluctuation forecasting in semiarid regions. *Environmental Earth Sciences*, 76(15), 1-10. <https://doi.org/10.1007/s12665-017-6870-8>
- Coulibaly, P., Anctil, F., Aravena, R., & Bobée, B. (2001). Artificial neural network modeling of water table depth fluctuations. *Water Resources Research*, 37(4), 885-896. <https://doi.org/10.1029/2000WR900368>
- Ebtehaj, I., Bonakdari, H., & Gharabaghi, B. (2018). Development of more accurate discharge coefficient prediction equations for rectangular side weirs using adaptive neuro-fuzzy inference system and generalized group method of data handling. *Measurement*, 116, 473-482. <https://doi.org/10.1016/j.measurement.2017.11.023>
- Esmaili, F., Shabanlou, S., & Saadat, M. (2021). A wavelet-outlier robust extreme learning machine for rainfall forecasting in Ardabil City, Iran. *Earth Sci Inform*, 14(4), 1-14. <https://doi.org/10.1007/s12145-021-00681-8>
- Fallahi, M.M., Shabanlou, S., Rajabi, A., Yosefvand, F., & IzadBakhsh, M.A. (2023). Effects of climate change on groundwater level variations affected by uncertainty (case study: Razan aquifer). *Appl Water Sci*, 13(143). <https://doi.org/10.1007/s13201-023-01949-8>
- Farlow, S. J. (1981). The GMDH algorithm of Ivakhnenko. *The American Statistician*, 35(4), 210-215. <https://doi.org/10.1080/00031305.1981.10479358>
- Ghazanfari, N., Gholami, S., Emad, A., & Shekarchi, M. (2017). Evaluation of GMDH and MLP networks for prediction of compressive strength and workability of concrete. *Bulletin de la Société Royale des Sciences de Liège*, 86, 855-868. <https://doi.org/10.25518/0037-9565.7032>

- Hálek, V., & Švec, J. (2011). Groundwater hydraulics. *Elsevier Science imprintation*, Amsterdam, Netherlands. <https://shop.elsevier.com/books/groundwater-hydraulics/halek/978-0-444-99820-0>
- Harbaugh, A. W., Banta, E. R., Hill, M. C., & McDonald, M. G. (2000). Modflow-2000, the u. s. geological survey modular ground-water model-user guide to modularization concepts and the ground-water flow process. *Open-file report. U. S. Geological Survey publications*, Washington, United States of America. <https://doi.org/10.3133/ofr200092>
- Ivakhnenko, A., & Ivakhnenko, G. (1995). The review of problems solvable by algorithms of the group method of data handling (GMDH). *Pattern recognition and image analysis c/c of raspoznavaniye obrazov i analiz izobrazhenii*, 5, 527-535. <https://articles.gmdh.net/review/algorithm.pdf>
- Jakeman, A. J., Barreteau, O., Hunt, R. J., Rinaudo, J.-D., & Ross, A. (2016). Integrated groundwater management. *Springer Open publications*, New York City, United States of America. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-23576-9>
- Jalali, M., Karami, S., & Marj, A. F. (2016). Geostatistical evaluation of spatial variation related to groundwater quality database: case study for Arak plain aquifer, Iran. *Environmental Modeling & Assessment*, 21(6), 707-719. <https://rd.springer.com/article/10.1007/s10666-016-9506-6>
- Mazraeh, A., Bagherifar, M., Shabanlou, S., & Ekhlasmand, R. (2023). A hybrid machine learning model for modeling nitrate concentration in water sources. *Water, Air, & Soil Pollution*, 234(11), 721. <https://doi.org/10.1007/s11270-023-06745-3>
- Mazraeh, A., Bagherifar, M., Shabanlou, S., & Ekhlasmand, R. (2024). A novel committee-based framework for modeling groundwater level fluctuations: A combination of mathematical and machine learning models using the weighted multi-model ensemble mean algorithm. *Groundwater for Sustainable Development*, 24, 101062. <https://doi.org/10.1016/j.gsd.2023.101062>
- McLachlan, P., Chambers, J. E., Uhlemann, S. S., & Binley, A. (2017). Geophysical characterisation of the groundwater–surface water interface. *Advances in Water Resources*, 109, 302-319. <https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2017.09.016>
- Mirzavand, M., & Ghazavi, R. (2015). A stochastic modelling technique for groundwater level forecasting in an arid environment using time series methods. *Water resources management*, 29(4), 1315-1328. <https://doi.org/10.1007/s11269-014-0875-9>
- Moon, S.-K., Woo, N. C., & Lee, K. S. (2004). Statistical analysis of hydrographs and water-table fluctuation to estimate groundwater recharge. *Journal of hydrology*, 292(1-4), 198-209. <https://doi.org/10.1016/j.jhydrol.2003.12.030>
- Neuman, S. P. (1972). Theory of flow in unconfined aquifers considering delayed response of the water table. *Water Resources Research*, 8(4), 1031-1045. <https://doi.org/10.1029/WR008i004p01031>
- Panahi, J., Mastouri, R., & Shabanlou, S. (2022). Insights into enhanced machine learning techniques for surface water quantity and quality prediction based on data pre-processing algorithms. *Journal of Hydroinformatics*, 24(4), 875–897. <https://doi.org/10.2166/hydro.2022.022>
- Prickett, T. A., & Lonquist, C. G. (1971). Selected digital computer techniques for groundwater resource evaluation. *Bulletin (Illinois State Water Survey) no. 55*, Urbana-Champaign, Chicago. <https://hdl.handle.net/2142/94585>
- Sahoo, S., Russo, T., Elliott, J., & Foster, I. (2017). Machine learning algorithms for modeling groundwater level changes in agricultural regions of the US. *Water Resources Research*, 53(5), 3878-3895. <https://doi.org/10.1002/2016WR019933>

- Santos, S., Gaspar, A. T. F., & Schiozer, D. J. (2018). Comparison of risk analysis methodologies in a geostatistical context: Monte Carlo with joint proxy models and discretized latin hypercube. *International Journal for Uncertainty Quantification*, 8(1). <https://doi.org/10.1615/Int.J.UncertaintyQuantification.2018019782>
- Schmidhuber, J. (2015). Deep learning in neural networks: An overview. *Neural networks*, 61, 85-117. <https://doi.org/10.1016/j.neunet.2014.09.003>
- Seifi, A., Ehteram, M., Singh, V. P., & Mosavi, A. (2020). Modeling and uncertainty analysis of groundwater level using six evolutionary optimization algorithms hybridized with ANFIS, SVM, and ANN. *Sustainability*, 12(10), 4023. <https://doi.org/10.3390/su12104023>
- Shabanlou, S. (2018). Improvement of extreme learning machine using self-adaptive evolutionary algorithm for estimating discharge capacity of sharp-crested weirs located on the end of circular channels. *Flow Measurement and Instrumentation*, 59, 63-71. <https://doi.org/10.1016/j.flowmeasinst.2017.11.003>
- Todd, D. K., & Mays, L. W. (2004). Groundwater hydrology. *John Wiley & Sons publications*, New York City, United States of America. <https://www.wiley.com/en-us/Groundwater+Hydrology%2C+3rd+Edition-p-9780471059370>
- Wang, H. F., & Anderson, M. P. (1995). Introduction to groundwater modeling: finite difference and finite element methods. *Academic Press*, Cambridge, Massachusetts, United States of America. https://books.google.com/books/about/Introduction_to_Groundwater_Modeling.html?id=uJT-jwTZQW8C
- Zhang, A., Winterle, J., & Yang, C. (2020). Performance comparison of physical process-based and data-driven models: a case study on the Edwards Aquifer, USA. *Hydrogeology Journal*, 28(6), 2025-2037. <https://doi.org/10.1007/s10040-020-02169-z>