Advanced Technologies in Water Efficiency

homepage:https://atwe.razi.ac.ir Online ISSN:2783-4964

Development of a two-dimensional flow model using a time-splitting scheme and regular rectangular mesh

Ashkan Monifi, **Mohammad Mehdi Heidari**[2]✉, and **Mohammad Hossein Adibrad**[3]

1. Department of Water Sciences and Engineering, Faculty of Agriculture, Razi University, Kermanshah, Iran. Email: ashkan.monifi@gmail.com
2. Corresponding author, Department of Water Sciences and Engineering, Faculty of Agriculture, Razi University, Kermanshah, Iran. Email: mm.heidari@razi.ac.ir
3. Department of Civil Engineering, Faculty of Engineering, Razi University, Kermanshah, Iran. Email: m.adibrad@razi.ac.ir

Article Info

Article type:
Research Article

Article history:
Received 17 January 2025
Received in revised form 01 March 2025
Accepted 13 April 2025
Available online 22 June 2025

Keywords:
finite volumes,
Navier-Stokes,
turbulence model,
Fromm scheme.

ABSTRACT

Objective: In this study, a two-dimensional numerical model is presented to simulate the flow in open channels. The governing equations of the flow are depth-averaged Navier-Stokes equations, which are separated and solved using the finite volume method and the time-splitting scheme. One of the advantages of the time-splitting method is the ability to solve the different terms of the equations separately using the best numerical scheme. Another advantage of this method is its simplicity and ease of understanding, because in all stages the equations are solved in one dimension.

Method: Generating the mesh is one of the most important initial operations for solving the governing equations. in this research, a regular rectangular grid was used. The water level variable was defined at the center of the cell and the velocity and discharge were defined at the boundaries of each cell. In order to solve the governing equations of the flow in this model, each time step is divided into several stages. Initially, the advection terms of the equation of motion were solved based on the Fromm scheme and its output was considered for the diffusion term. The diffusion term in the momentum equation was solved implicitly using the TDMA algorithm. Then, the friction term in the flow equation was separated and solved explicitly, and then the water level was calculated by simultaneously solving the continuity equation and the remaining terms of the momentum equations.

Results: In order to verify the validity of the two-dimensional model, The longitudinal profile of gradually varying flow in a rectangular channel, hydraulic jump, sudden channel opening, and asymmetric dam failure were considered for evaluating the model. The output results of the numerical model show that the developed model is capable of simulating the flow for different conditions with appropriate accuracy.

Conclusions: The time splitting algorithms with staggered grid approach are used to handle the coupling of water depth and velocity parameter. In this case, water level variable was defined at the center of the cell and the velocity and discharge were defined at the boundaries of each cell. The proposed model has been tested in several experimental cases of flow. The simulated water depth and velocity in time and space are in good agreement with the measured data.

Cite this article: Monifi, A., Heidari, M.M., & Adibrad, M.H. (2025). Development of a two-dimensional flow model using a time-splitting scheme and regular rectangular mesh. *Advanced Technologies in Water Efficiency, 5* (2), 94-115. https://doi.org/ 10.22126/atwe.2025.11651.1149

https://doi.org/ 10.22126/atwe.2025.11651.1149 Publisher: Razi University.

Introduction

Simulation of water flow in canals and rivers has been the subject of many researches in the field of hydraulics and river engineering. The use of two-dimensional numerical modeling can be considered as an option for predicting the performance of hydraulic designs of the structure. Because of the complexity of the turbulent flows with free water surface, the numerical simulation of flow in open channels is very challenging. Its advancement can be attributed to many successful numerical techniques developed in the field of computational fluid dynamics. Among these techniques, the staggered grid approach has been widely adopted to solve the Navier–Stokes equations. In this study, a two-dimensional numerical model using the finite volume method and the time-splitting scheme is presented to simulate flow in open channels. One of the advantages of the time-splitting method is the ability to discrete and solve the different terms of the equations separately using the best numerical scheme. Another advantage of this method is its simplicity and ease of understanding, because in all stages the equations are solved in one dimension.

Method

Generating the mesh is one of the most important initial operations for solving the governing equations. Therefore, in this research, a regular rectangular grid with dimensions dx and dy was used according to Fig (1). The water level variable was defined at the center of the cell and the velocity and discharge were defined at the boundaries of each cell.

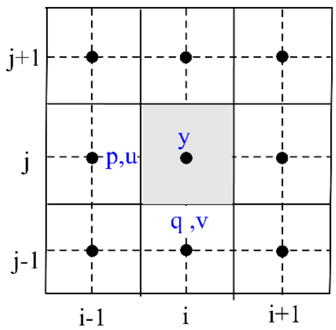


Figure 1. Grid used to separate the governing equations of the flow

In this research, the time-splitting method is used to separate the different components of the equations. In this method, each time step is divided into several stages. In the first step, the advection terms of the momentum equation in the x and y directions are solved to calculate the fluxes (p, q), and then the diffusion terms in both directions are separated and solved. It should be noted that in solving the diffusion terms, the output results of the first stage are used. Then the friction term is separated from the momentum equation in an explicit manner. In the next step, the continuity equation and the remainder of the momentum equation, i.e., the gravitational term, are simultaneously separated and solved. One of the advantages of the time-splitting method is the possibility of solving the different terms of the equations separately using the best numerical scheme. Another advantage of this method is its simplicity and ease of understanding, because in all stages the equations are solved in one dimension.

Results

In order to verify the validity of the two-dimensional model, various tests, whose solutions are available in the form of theory or laboratory measurements, were used. The longitudinal profile of gradually varying flow in a rectangular channel, hydraulic jump, sudden channel opening, and asymmetric dam failure are the tests considered for evaluating the model. As an example, the water surface profile 7.5 seconds after the dam failure is simulated by the model and is shown in Fig (2).

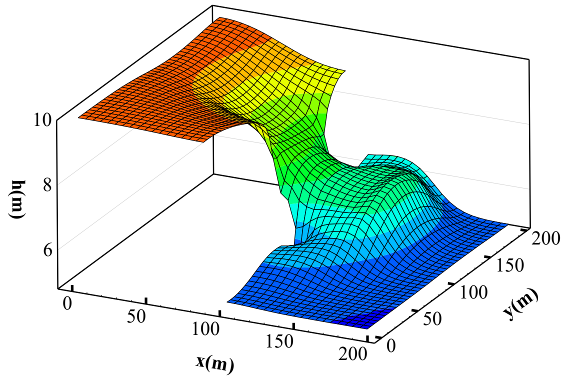


Figure 2. Simulated water surface profile 7.5 seconds after dam failure

Comparison of the numerical model output results with experimental data and analytical solution shows that the developed model is capable of simulating flow for different conditions.

Conclusions

The proposed model adopts the finite volume method on a rectangular grid to solve the depth-averaged 2D equations of unsteady open-channel flow. The time splitting algorithms with staggered grid approach are used to handle the coupling of water depth and velocity parameter. In this case, water level variable was defined at the center of the cell and the velocity and discharge were defined at the boundaries of each cell. The proposed model has been tested in several experimental cases of flow. The simulated water depth and velocity in time and space are in good agreement with the measured data.

Author Contributions

All authors contributed equally to the conceptualization of the article and writing of the original and subsequent drafts.

Ethical Considerations

The authors avoided data fabrication, falsification, plagiarism, and misconduct.

Funding

Not applicable.

Conflict of Interest

The authors declare no conflict of interest.

فناوری های پیشرفته در بهره وری آب
وبگاه نشریه: https://atwe.razi.ac.ir
شاپا الکترونیکی: ۴۹۶۴-۲۷۸۳

توسعه مدل دوبعدی جریان در پلان با استفاده از شمای تنصیف زمان و شبکه‌بندی منظم مستطیلی

اشکان منیفی[۱]، محمدمهدی حیدری[۲] ✉، و محمدحسین ادیب‌راد[۳]

۱. گروه علوم و مهندسی آب، دانشکده کشاورزی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران. رایانامه:ashkan.monifi@gmail.com

۲. نویسنده مسئول، گروه علوم و مهندسی آب ، دانشکده کشاورزی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران. رایانامه: mm.heidari@razi.ac.ir

۳. گروه مهندسی عمران ، دانشکده عمران ، دانشگاه ، کرمانشاه، ایران. رایانامه: madibrad@yahoo.ca

اطلاعات مقاله

نوع مقاله:
مقاله پژوهشی

تاریخ دریافت: ۱۴۰۳/۱۰/۲۸
تاریخ بازنگری: ۱۴۰۳/۱۲/۱۱
تاریخ پذیرش: ۱۴۰۴/۰۱/۲۴
تاریخ انتشار: ۱۴۰۴/۰۴/۰۱

کلیدواژه‌ها:
احجام محدود،
معادلات ناویراستوکس،
مدل آشفتگی،
شمای فروم.

چکیده

هدف: توسعه و کدنویسی بسیاری از مدل‌های عددی ارائه شده توسط محققین برای شبیه‌سازی دوبعدی جریان پیچیده و مشکل است و نیاز به مهارت‌های برنامه‌نویسی و محاسبات عددی خاصی دارند هدف اصلی این تحقیق ارائه یک روش ساده‌تر نسبت به سایر مدل‌های عددی است که دارای دقت مناسب نیز باشد.

روش پژوهش: در این پژوهش یک مدل عددی دوبعدی برای شبیه‌سازی جریان در مجاری روباز ارائه شده است. معادلات حاکم بر جریان، معادلات ناویراستوکس متوسط‌گیری شده در عمق است که با استفاده از روش احجام محدود و شمای تنصیف زمان جداسازی و حل شده‌اند. برای گسسته‌سازی معادلات حاکم از شبکه منظم مستطیلی استفاده شد. به‌منظور حل معادلات حاکم بر جریان در این مدل، هر گام زمانی به چند مرحله تقسیم می‌شود. در ابتدا ترم‌های جابجایی معادله اندازه حرکت بر اساس شمای فروم حل شد و خروجی آن برای ترم پخشیدگی در نظر گرفته شد. ترم‌های پخشیدگی مربوط به معادله اندازه حرکت به‌صورت ضمنی و با استفاده از الگوریتم TDMA حل شد. سپس ترم اصطکاک در معادله جریان جداسازی و به‌صورت صریح حل شد و در ادامه تراز سطح آب با حل هم‌زمان معادله پیوستگی و ترم‌های باقی‌مانده معادلات اندازه حرکت محاسبه شد. به‌منظور صحت‌سنجی مدل دوبعدی، آزمون‌های مختلفی که حل آن‌ها به‌صورت تئوری یا اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی موجود است، برای مدل انجام شد.

یافته‌ها: مقایسه نتایج خروجی مدل عددی با داده‌های آزمایشگاهی و حل تحلیلی نشان می‌دهد که مدل توسعه‌یافته، قادر به شبیه‌سازی جریان برای شرایط مختلف است. مدل‌سازی آشفتگی در مدل حاضر با استفاده از مدل سهموی متوسط‌گیری شده در عمق انجام شده است. در مواردی که آشفتگی جریان زیاد باشد، دقت این مدل آشفتگی کاهش می‌یابد.

نتیجه‌گیری: نتایج خروجی مدل عددی نشان می‌دهد که مدل توسعه‌یافته، قادر به شبیه‌سازی جریان برای شرایط مختلف بادقت مناسب است.

استناد: منیفی، اشکان؛ حیدری، محمدمهدی؛ و ادیب راد، محمدحسین. (۱۴۰۴). توسعه مدل دوبعدی جریان در پلان با استفاده از شمای تنصیف زمان و شبکه‌بندی منظم مستطیلی. *فناوری های پیشرفته در بهره وری آب* ، ۵ (۲)، ۱۱۵-۹۴.
http//doi.org 10.22126/atwe.2025.11651.1149

مقدمه

پیشـرفت و توسعه چشمگیر سرعت رایانه‌ها در دهه‌های اخیر سبب شـده است تـــا توجه خاصـی به روش‌های حل عددی معادلات حاکم بر مسائل مهندسی آب شود. امـــروزه حـــل معادلات پیچیده و غیرخطی حاکم بر جریان در شرایط گوناگون و با استفاده از تکنولوژی رایانه‌ای تا مراحل بسیار پیشرفته‌ای عملی شده است. با اسـتفاده از مدل‌های آزمایشـگاهی می‌توان مطالعات ارزشمندی پیرامون پدیده‌های فیزیکی مختلفی انجام داد و نتایج مطلوبی به دست آورد، اما زمان‌بر بودن ساخت مدل‌های فیزیکی و همچنین پرهزینه بودن آن‌ها سبب شده است تا مدل‌سازی عددی جایگزین مناسبی برای آن‌ها باشد (پاپانیکولاس و همکاران[1]، ۲۰۱۱). ازاین‌رو، بسـیاری از مدل‌های عددی با اسـتفاده از الگوهای صـریح و ضـمنی برای شـبیه‌سـازی جریان در مجاری روباز توسعه‌یافته است (ناژیک[2]، ۱۹۹۵؛ فنما و چدری[3]، ۱۹۹۰ ؛ و زانگ و همکاران[4]، ۲۰۰۳).

ادبیات موضوع و پیشینه پژوهش

دررابطه‌با پژوهش حاضر، صورت‌گرفته است که در ادامه تعدادی از این مطالعات که در خارج از کشور موردبررسی قرار گرفته است، ارائه شده است.

۱. مطالعات داخلی

سروارم و شمسایی (۱۳۹۲) مدل عددی برای شبیه‌سازی جریان ناشی از شکست سد را با استفاده از تقریب معادلات آب‌های کم‌عمق به روش احجام محدود و به شکل ضمنی شبه لاگرانژی ارائه دادند. آن‌ها از روش شبه تحلیلی برای تعیین نقطه شروع حرکت ذره استفاده کردند. نتایج نشان داد که خروجی مدل عددی با داده‌های اندازه‌گیری مطابقت خوبی دارد.

قبادیان (۱۳۹۸) از روش تفاضـــل محدود صــریح با اســتفاده توام از شـــمای پرش قورباغه و لکس برای حل معادلات آبهای کم‌عمق در شـکسـت سـد اسـتفاده کرد. معادلات حاکم بر روی یک مش زیگزاگی منفصـل شـدند. صـحت سـنجی مدل با مقایسـه نتایج آن با جواب حل تحلیلی شکست تک بعدی ناگهانی سد بر روی بستر بدون اصطکاک و شکست جزیی متقارن با داده های آزمایشگاهی مقایسه شد. نتایج نشان داد مدل حاضر بادقت مناسب جریان ناشی از شکست سد را شبیه‌سازی می‌کند.

مهرموسـوی (۱۳۹۷) و مهرموسـوی و همکاران (۱۳۹۸) مدل کامپیوتری در سـیسـتم مختصـات منحنی الخط بر روی شـبکه جابه‌جاشـده ارائه دادند که با اسـتفاده از روش تفاضـل محدود صـریح و اسـتفاده همزمان از الگوریتم‌های پرش قورباغه و لکس معادلات حاکم بر آب‌های کم‌عمق در مسئله شـکسـت سـد را حل می‌نماید. این عمل با افزایش تعداد نقاط درگیر در محاسـبات و ایجاد ارتباط بیشـتر بین آنها باعث می‌شـود گرادیان‌های تیز هندسـی و هیدرولیکی هموار شـده و احتمال رخدادن نوسـان و عدم همگرایی کمتر شود.

تیموری یگانه و همکاران (۱۴۰۲) یک مدل عددی با استفاده از روش حجم کنترل و شبکه‌بندی مثلثی برای شبیه‌سازی جریان در مجاری روباز ارائه دادند. آنها ابتدا ترم‌های جابجایی و پخشـــیدگی را جداســازی کردند و باقی ملنده معادله لنداره حرکت و پیوستگی را به‌صورت هم‌زمان حل کردند. مقایسه خروجی مدل عددی با داده‌های آزمایشگاهی و حل تحلیلی نشان می‌دهد که دقت مدل آنها برای شبیه‌سازی جریان مناسب است.

۲. مطالعات خارجی

آناســتازیو و چان[5] (۱۹۹۷) از روش حجم محدود مرتبه دوم پیشـــرو و شـــبکه‌بندی نامنظم مثلثی برای حل عددی معادلات آب‌های کم‌عمق اســتفاده کردند. در این تحقیق برای اولین‌بار از ترکیب روش احجام محدود و روش Roe's برای به‌دســت‌آمدن

1. Papanicolaou et al
2. Nujic
3. Fennema & Chaudhry
4. Zhang et al
5. Anastasio & Chan

یک روش مرتبه دوم استفاده شده است. در این روش تابع Roe's برای محاسبه شار ورودی و خروجی از هر ضلع المان‌های شبکه استفاده شده است که باعث سادگی و سرعت در حل معادلات می‌شود.

وو[1] (۲۰۰۴) امکان استفاده از معادلات آب‌های کم‌عمق در شبیه‌سازی جریان غیرماندگار و انتقال رسوب در کانال‌های روباز را بررسی کرد. آن‌ها با استفاده از روش احجام محدود و به‌کارگیری روش سیمپل در مختصات انحنادار و شبکه جابه‌جا نشده، معادلات جریان را حل کردند.

نمین و همکاران[2] (۲۰۰۴) یک مدل عددی با استفاده از روش حجم محدود برای پیش‌بینی جریان‌های روباز در مصب رودخانه ارائه داد. آن‌ها از یک شبکه مثلثی بدون ساختار برای جداسازی معادلات استفاده کردند.

زراتی و همکاران[3] (۲۰۰۵) با به‌کارگیری روش احجام محدود در منقطع‌سازی معادلات جریان، معادلات آب‌های کم‌عمق را در سیستم مختصات انحنادار حل کردند. سپس مدل عددی برای شبیه‌سازی جریان در کانالی با سه مئاندر مورداستفاده قرار گرفت. مقایسه بین خروجی مدل عددی و داده‌های آزمایشگاهی نشان‌دهنده دقت مناسب مدل در شبیه‌سازی الگوی جریان است.

هو و همکاران[4] (۲۰۱۵) روش جدید MUSCL را با استفاده از شبکه بدون ساختار مثلثی برای شبیه‌سازی جریان در مجاری روباز ارائه دادند. این مدل بر اساس روش حجم محدود ارائه و برای توپوگرافی‌های ناهموار پیشنهاد شده است.

گروسی و همکاران[5] (۲۰۲۲) یک مدل عددی با استفاده از ذرات متحرک نیمه ضمنی و روش حجم سیال مدل عددی شکست سد ارائه داد و نتایج مدل را با داده‌های آزمایشگاهی مقایسه کرد. دقت مدل ایشان برای شبیه‌سازی شکست سد در بستر خشک و مرطوب رضایت بخش بود.

بوستو و دامبسر[6] (۲۰۲۲) مدل دوبعدی جریان را با ترکیبی از روش احجام محدود و اجزای محدود نیمه ضمنی روی شبکه بدون ساختار ارائه دادند. آنها برای ترم‌های انتقال از شمای گودونوف در روش احجام محدود و روش نیمه ضمنی مبتنی بر فشار استفاده کردند. این مدل بادقت خوبی قادر به شبیه‌سازی هم‌زمان جریان زیربحرانی و فوق‌بحرانی برای اعداد فرود متنوعی است.

نوروزی و همکاران[7] (۲۰۲۲) مدل دوبعدی متوسط‌گیری شده در عمق برای جریان و رسوب را با استفاده از روش تفاضل محدود ارائه دادند. برای محاسبه ظرفیت بار بستر و معلق از روش‌های تجربی استفاده کردند و بهترین روش برآورد آن‌ها را مشخص کردند. آنها با استفاده از مدل عددی ارائه شده، آبشستگی پایه پل را شبیه‌سازی کردند و نتایج شبیه‌سازی را با خروجی مدل‌های تجاری موجود و داده های مشاهداتی مقایسه کردند. نتایج نشان داد مدل آنها دقت مناسبی در شبیه‌سازی فرسایش و رسوبگذاری دارد.

وو و یانگ[8] (۲۰۲۴) شبیه‌سازی زمین‌لغزش و جریان‌های واریزی را با کوپل کردن روش هیدرودینامیک ذرات صاف شده و روش احجام محدود انجام دادند. آنها برای شبیه‌سازی فاز مایع و جامد به ترتیب از روش احجام محدود و روش هیدرودینامیک ذرات استفاده کردند. دقت شبیه‌سازی فاز جامد مدل آنها به تعداد ذرات و شعاع کرنل بستگی دارد.

توسعه و کدنویسی بسیاری از مدل‌های عددی ارائه شده توسط محققین برای شبیه‌سازی دوبعدی جریان پیچیده و مشکل است و نیاز به مهارت‌های برنامه‌نویسی و محاسبات عددی خاصی دارند. هدف اصلی این تحقیق ارائه یک روش ساده‌تر نسبت به سایر مدل‌های عددی است که دارای دقت مناسب نیز باشد. در این پژوهش، معادلات ناویراستوکس متوسط‌گیری شده در عمق با استفاده از روش احجام محدود و با ترکیبی از روش‌های صریح و ضمنی جداسازی و یک مدل دوبعدی برای شبیه‌سازی جریان در مجاری روباز ارائه شده است. در مدل عددی ارائه شده، معادلات از حالت پیچیده خود به چند زیر معادله تبدیل شده که قابل‌حل باشند و خروجی هر زیر معادله به‌عنوان ورودی برای بخش دیگر در نظر گرفته شد.

1. Wu
2. Namin et al
3. Zarrati et al
4. Hou et al
5. Groosi et al
6. Busto & Dumbser
7. Norouzi et al
8. Wu & Yang

روش پژوهش

۱. معادلات حاکم بر جریان

معادلات حاکم بر حرکت سیال، معادلات ناویراستوکس است که شامل معادله بقای جرم (معادله پیوستگی) و معادلات اندازه حرکت است. معادلات دوبعدی متوسط‌گیری شده در عمق با انتگرال‌گیری از معادلات ناویراستوکس از کف کانال تا سطح آزاد آب و با فرض توزیع فشار هیدرواستاتیک مطابق روابط (۱) تا (۳) به دست می‌آیند (ابوت و باسکو[1]، ۱۹۸۹):

$$\frac{\partial\eta}{\partial t}+\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial q}{\partial y}=0 \qquad (۱)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t}+\frac{\partial (up)}{\partial x}+\frac{\partial (vp)}{\partial y}+gh\frac{\partial\eta}{\partial x}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\nu_t\frac{\partial p}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu_t\frac{\partial p}{\partial y}\right)-\frac{gp\sqrt{p^2+q^2}}{C^2h^2} \qquad (۲)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t}+\frac{\partial (uq)}{\partial x}+\frac{\partial (vq)}{\partial y}+gh\frac{\partial\eta}{\partial y}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\nu_t\frac{\partial q}{\partial x}\right)+\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu_t\frac{\partial q}{\partial y}\right)-\frac{gq\sqrt{p^2+q^2}}{C^2h^2} \qquad (۳)$$

در روابط فوق، u و v به ترتیب مؤلفه سرعت متوسط جریان در راستای x و y، g شتاب ثقل، η تراز سطح آب، h عمق آب، ν_t لزجت گردابه‌ای، C ضریب شزی ($C=h^{1/6}/n_m$)، n_m ضریب مانینگ، p و q به ترتیب شار سرعت در راستای x و y ($p=uh, q=vh$) می‌باشند. با استفاده از یک مدل آشفتگی مانند مدل صفر معادله‌ای طول اختلاط، مدل سهموی عمقی، مدل اسماگورینسکی و مدل k-ε می‌توان لزجت گردابه ای را محاسبه کرد. در پژوهش حاضر از مدل سهموی متوسط‌گیری شده در عمق مطابق رابطه (۴) استفاده شده است (رودی[2]، ۱۹۸۴).

$$\nu_t=C_tU_*h \qquad (۴)$$

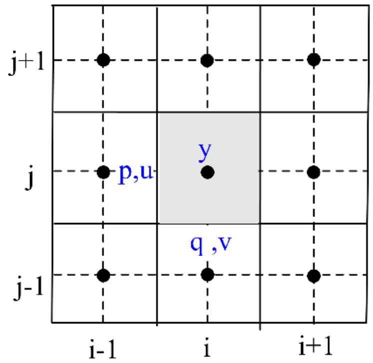
در رابطه فوق، U_* سرعت برشی بستر، $U_*=[C(u^2+v^2)]^{1/2}$ و C_t یک ضریب تجربی است که مطابق تحقیقات الدر[3] (۱۹۵۹) بین ۰/۳ تا ۱ است. در این تحقیق این ضریب ۰/۷ در نظر گرفته شده است.

معادلات اندازه حرکت در جهات x و y دارای چهار بخش مختلف است این بخش‌ها شامل ترم جابه‌جایی، ثقلی، پخشیدگی و ترم اصطکاک بستر است.

۲. شبکه‌بندی فضای حل

تولید شبکه یا مش، از مهم‌ترین عملیات اولیه برای حل معادلات حاکم است. در روش‌های عددی، معادلات حاکم بر روی یک شبکه محاسباتی جداسازی و حل می‌شوند. در یک تقسیم‌بندی کلی می‌توان شبکه محاسباتی را به دودسته شبکه‌های منظم و نامنظم تقسیم‌بندی کرد. شبکه‌بندی منظم مستطیلی شامل خطوط هم‌نوعی هستند که به طور موازی در مجاورت هم قرار گرفته‌اند و در هیچ نقطه‌ای در طول محدوده موردنظر یکدیگر را قطع نمی‌کنند. این خاصیت امکان شماره‌گذاری متوالی خطوط را فراهم می‌سازد، لذا در این نوع شبکه‌بندی می‌توان موقعیت یک گره را در میدان دوبعدی با دو مشخصه (i,j) تعیین کرد. باتوجه‌به اینکه شبکه‌بندی منظم از ساده‌ترین نوع مش‌بندی است و می‌توان برای اکثر روش‌های عددی از آن استفاده کرد، بیشتر مورداستفاده قرار می‌گیرد. اما استفاده از شبکه‌بندی نامنظم این امکان را در اختیار استفاده‌کننده قرار می‌دهد که برای محیط‌هایی با هندسه پیچیده و نامنظم از این نوع مش‌بندی استفاده کرد. در این نوع شبکه‌بندی المان‌ها می‌توانند به اشکال مختلف انتخاب شوند لیکن به طور معمول در مسائل دوبعدی از اشکال چهارضلعی نامنظم و یا مثلثی استفاده می‌شود. جداسازی معادلات حاکم و حل عددی بر روی شبکه‌های نامنظم مشکل و پیچیده است. باتوجه‌به اینکه هدف این پژوهش ارائه مدل عددی ساده و کارآمد است، بنابراین در این تحقیق از شبکه‌بندی منظم مستطیلی به ابعاد dx و dy مطابق شکل (۱) استفاده شد. متغیر تراز سطح آب،y، در مرکز سلول و سرعت (u و v) و شار سرعت (p و q) در مرزهای هر سلول تعریف شده است.

1. Abbott & Basco
2. Rodi
3. Elder



شکل ۱. شبکه‌بندی منظم مورداستفاده برای جداسازی معادلات حاکم بر جریان

۳. روش تنصیف زمان

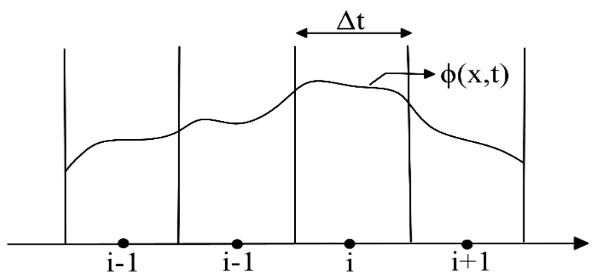
باتوجه‌به اینکه بخش عمده معادلات حاکم بر جریان را معادله انتقال (جابجایی و پخش) تشکیل می‌دهد، بنابراین حل آن اهمیت زیادی در حل کل معادلات دارد و دقت مدل عددی به‌طور فوق‌العاده‌ای تحت‌تأثیر روش حل ترم‌های جابجایی و پخش است. در این تحقیق برای جداسازی اجزاء مختلف معادلات از روش تنصیف زمان استفاده می‌شود. در این روش هر گام زمانی به چند مرحله تقسیم می‌شود. در اولین مرحله، ترم‌های جابجایی مربوط به معادله اندازه حرکت در راستای x و y برای محاسبه‌ی شارهای سرعت (p, q) حل می‌شوند و سپس ترم‌های پخشیدگی در هر دو راستا جداسازی و حل می‌شوند. لازم به ذکر است در حل ترم‌های پخشیدگی، از نتایج خروجی مربوط به مرحله اول استفاده می‌شود. سپس ترم اصطکاک از معادله اندازه حرکت به‌صورت روش صریح جداسازی می‌شود. در مرحله بعد، به‌صورت هم‌زمان معادله پیوستگی و باقی‌مانده معادله اندازه حرکت یعنی ترم ثقلی جداسازی و حل می‌شوند. یکی از مزایای روش تنصیف زمان امکان تفکیک و حل مجزای ترم‌های مختلف معادلات با استفاده از بهترین شمای عددی است. همچنین از دیگر مزیت‌های این روش سادگی و فهم راحت آن است، زیرا در همه مراحل معادلات به‌صورت یک‌بعدی حل می‌شوند (نمین، ۲۰۰۳).

۴. حل ترم جابجایی معادله اندازه حرکت جریان

اولین گام جهت حل معادلات دوبعدی جریان، حل ترم جابجایی است. همان‌طور که قبلاً بیان شد، یکی از مزیت‌های روش تنصیف زمان آن است که معادلات حاکم بر جریان دوبعدی را در هر مرحله به‌صورت یک‌بعدی حل می‌کند. معادله جابجایی در فضای یک‌بعدی در راستای x به‌صورت کلی مطابق رابطه (۵) است (ورستیگ و مالاسکرا[1]، ۱۹۹۵):

$$\frac{\partial \phi}{\partial t}+\frac{\partial (u\phi)}{\partial x}=0 \qquad (۵)$$

در رابطه فوق، ϕ کمیتی است که توسط ترم جابجایی منتقل می‌شود و می‌تواند شار سرعت یعنی p یا q باشد. به‌منظور حل عددی ابتدا محدوده حل به چندین سلول مطابق شکل (۲) تقسیم می‌شود و انتگرال‌گیری معادلات حاکم بر روی هر سلول انجام می‌شود. با انتگرال‌گیری از معادله یک‌بعدی جابجایی برای بازه زمانی t تا $t+\Delta t$ و روی سلول i، رابطه (۶) که به روش فروم معروف است، استخراج می‌شود (پاتنکار[2]، ۱۹۸۰ ؛ و نمین، ۲۰۰۳):



شکل ۲. توزیع کمیت انتقالی در ترم جابجایی و شبکه‌بندی یک‌بعدی

1.Versteeg & Malalasekera
2. Patankar

$$\phi_i^{n+1}=\phi_i^n-\left(\varepsilon_e\phi_e-\varepsilon_w\phi_w\right) \quad (۶)$$

که در آن:

$$\phi_e=\frac{1}{4}\left[(1-\varepsilon_e)\phi_{i+1}^n+4\phi_i^n-(1-\varepsilon_e)\phi_{i-1}^n\right] \quad (۷)$$

$$\phi_w=\frac{1}{4}\left[(1-\varepsilon_w)\phi_i^n+4\phi_{i-1}^n-(1-\varepsilon_e)\phi_{i-2}^n\right] \quad (۸)$$

$$\varepsilon_w=\left(u_{i-\frac{1}{2}}^n\right)\Delta x/\Delta t \;,\; \varepsilon_e=\left(u_{i+\frac{1}{2}}^n\right)\Delta x/\Delta t \quad (۹)$$

که در آن ε عدد کورانت جریان است. باتوجه‌به اینکه در پژوهش حاضر، مقادیر عمق در مرکز سلول و سرعت در مرزهای هر سلول تعریف شده است، بنابراین سرعت $u_{i+1/2}$ در معادلات فوق، از میانگین سرعت دو سلول i و $i+1$ به دست می‌آید. در روش تنصیف زمان، ترم‌های جابجایی از معادلات اندازه حرکت در جهت x و y برای شارهای سرعت یعنی p و q به‌صورت یک‌بعدی مطابق روابط (۱۰) تا (۱۴) حل می‌شوند. لازم به ذکر است ابتدا متغیر p در جهت x و سپس در جهت y حل می‌شود و متغیر q نیز به همین ترتیب جداسازی و حل می‌شود.

$$\frac{p_{i,j}^{(1)}-p_{i,j}^n}{\Delta t}+\frac{\partial(up)}{\partial x}=0 \quad (۱۰)$$

$$\frac{p_{i,j}^{(2)}-p_{i,j}^{(1)}}{\Delta t}+\frac{\partial(vp)}{\partial y}=0 \quad (۱۱)$$

$$\frac{p_{i,j}^{(2)}-p_{i,j}^{(1)}}{\Delta t}+\frac{\partial(vp)}{\partial y}=0 \quad (۱۲)$$

$$\frac{q_{i,j}^{(1)}-q_{i,j}^n}{\Delta t}+\frac{\partial(uq)}{\partial x}=0 \quad (۱۳)$$

$$\frac{q_{i,j}^{(2)}-q_{i,j}^{(1)}}{\Delta t}+\frac{\partial(vq)}{\partial y}=0 \quad (۱۴)$$

۵. حل ترم پخشیدگی معادله اندازه حرکت جریان

طبیعت به طور ذاتی علاقه‌مند به همسان کردن محیط و ایجاد تعادل در آن از طریق مکانیسم مولکولی و یا آشفتگی است. در معادله پخشیدگی جریان از هر دو سلول پایین‌دست و بالادست خود تأثیر می‌پذیرد. معادلـه‌ی پخشیدگی در فضای یک‌بعدی به‌صورت رابطه (۱۵) است.

$$\frac{\partial\phi}{\partial t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(D_x\frac{\partial\phi}{\partial x}\right) \quad (۱۵)$$

در پدیده پخشیدگی شار عبوری از مرزها همیشه از سلول با کمیت بالاتر به سمت سلول با کمیت پایین‌تر در جریان است. میزان شار جاری شده به دو عامل گرادیان کمیت $(\partial\varphi/\partial x)$ و ضریب دیفیوژن D بستگی دارد. به مقدار $(D\,\partial\varphi/\partial x)$ شار پخشیدگی گفته می‌شود. با انتگرال‌گیری از معادله فوق روی سلول i برای بازه زمانی t تا $t+\Delta t$ خواهیم داشت:

$$\phi_i^{n+1}=\phi_i^n+\frac{1}{2}\frac{D\Delta t}{\Delta x^2}\left(\phi_{i+1}^{n+1}-2\phi_i^{n+1}+\phi_{i-1}^{n+1}\right)+\frac{1}{2}\frac{D\Delta t}{\Delta x^2}\left(\phi_{i+1}^n-2\phi_i^n+\phi_{i-1}^n\right) \quad (۱۶)$$

همان‌طور که مشخص است، معادله بالا یک معادله با سه مجهول است. معادله فوق را می‌توان به‌صورت رابطه (۱۷) در نظر گرفت:

$$A_1\phi_{i-1}^{n+1}+A_2\phi_i^{n+1}+A_3\phi_{i+1}^{n+1}=A_0 \quad (۱۷)$$

که در آن:

$$A_1=-\frac{1}{2}D\Delta t/\Delta x^2$$
$$A_2=1+D\Delta t/\Delta x^2$$
$$A_3=-\frac{1}{2}D\Delta t/\Delta x^2 \qquad (۱۸)$$
$$A_0=\phi_i^n+\frac{1}{2}D\Delta t/\Delta x^2\left(\phi_{i+1}^n-2\phi_i^n+\phi_{i-1}^n\right)$$

با نوشتن این معادله برای همه‌ی نقاط و اعمال شرایط مرزی به تعداد گره‌های محاسباتی، معادله وجود دارد و یک ماتریس سه قطری حاصل می‌شود. به‌طوری‌که اعداد روی این قطر اصلی مخالف سفر و بقیه سلول‌های ماتریس صفر است. بهترین روش برای حل این‌گونه دستگاه‌های معادلات استفاده از روش الگوریتم TDMA است. در این تحقیق برای حل دوبعدی معادله پخشیدگی، ترم‌های پخشیدگی از معادلات اندازه حرکت در جهت x و y برای شارهای سرعت یعنی p و q به‌صورت یک‌بعدی مطابق روابط (۱۹) تا (۲۲) حل می‌شوند. لازم به ذکر است ابتدا متغیر p در جهت x و سپس در جهت y حل می‌شود و متغیر q نیز به همین ترتیب جداسازی و حل می‌شود.

$$\frac{p_{i,j}^{(3)}-p_{i,j}^{(2)}}{\Delta t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\nu_t\frac{\partial p}{\partial x}\right) \qquad (۱۹)$$

$$\frac{p_{i,j}^{(4)}-p_{i,j}^{(3)}}{\Delta t}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu_t\frac{\partial p}{\partial y}\right) \qquad (۲۰)$$

$$\frac{q_{i,j}^{(3)}-q_{i,j}^{(2)}}{\Delta t}=\frac{\partial}{\partial x}\left(\nu_t\frac{\partial q}{\partial x}\right) \qquad (۲۱)$$

$$\frac{q_{I,j}^{(4)}-q_{I,j}^{(3)}}{\Delta t}=\frac{\partial}{\partial y}\left(\nu_t\frac{\partial q}{\partial y}\right) \qquad (۲۲)$$

۶. حل ترم اصطکاک معادله اندازه حرکت جریان

زبری در معادلات آب‌های کم‌عمق تأثیر خود را به‌صورت پارامتر اصطکاک نشان می‌دهد. ترم اصطکاک بعد از حل ترم‌های جابجایی و پخشیدگی از معادله اندازه حرکت در جهت x و y، جدا می‌شود و به‌صورت رابطه (۲۳) و (۲۴) روی مرزهای سلول حل می‌شود:

$$\frac{\partial p}{\partial t}=\frac{-gp\sqrt{p^2+q^2}}{C^2h^2} \longrightarrow \frac{p_{i,j}^{(5)}-p_{i,j}^{(4)}}{\Delta t}=\frac{-gp_{i,j}^{(4)}\sqrt{{p_{i,j}^{(4)}}^2+{q_{i,j}^{(4)}}^2}}{C^2h^2} \qquad (۲۳)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t}=\frac{-gq\sqrt{p^2+q^2}}{C^2h^2} \longrightarrow \frac{q_{i,j}^{(5)}-q_{i,j}^{(4)}}{\Delta t}=\frac{-gq_{i,j}^{(4)}\sqrt{{p_{i,j}^{(4)}}^2+{q_{i,j}^{(4)}}^2}}{C^2h^2} \qquad (۲۴)$$

۷. حل معادله پیوستگی و ترم ثقلی در معادلات اندازه حرکت

پس از حل معادله انتقال و اثر ترم اصطکاک از معادله حرکت جریان، معادلات (۲۵) تا (۲۷) باقی‌می‌ماند.

$$\frac{\partial \xi}{\partial t}+\frac{\partial p}{\partial x}+\frac{\partial q}{\partial y}=0 \qquad (۲۵)$$

$$\frac{\partial p}{\partial t}+gh\frac{\partial \xi}{\partial x}=0 \qquad (۲۶)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t}+gh\frac{\partial \xi}{\partial y}=0 \qquad (۲۷)$$

حل هم‌زمان معادلات فوق باعث تشکیل یک ماتریس ۵ قطری می‌شود که حل این ماتریس به‌صورت مستقیم پیچیده و زمان‌بر است؛ لذا در این پژوهش برای حل این معادلات از الگوریتم ADI استفاده می‌شود. طبق این الگوریتم در وضعیت جاروب در جهت x، ابتدا معادلات (۲۵) و (۲۶) به‌صورت هم‌زمان جداسازی و حل می‌شود و یک ماتریس سه قطری ایجاد می‌شود که با

حل این ماتریس از طریق الگوریتم TDMA، تراز سطح آب از ξ^n به $\xi^{n+1/2}$ و شار سرعت در جهت x از $p^{(5)}$ به p^{n+1} به تبدیل می‌شود و در وضعیت جاروب در جهت y، تراز سطح آب از $\xi^{n+1/2}$ به ξ^{n+1} و شار سرعت در جهت y از $q^{(5)}$ به q^{n+1} به تبدیل می‌شود. لازم به ذکر است معادلات اندازه حرکت روی مرز سلول‌ها جداسازی می‌شود. برای جداسازی معادلات در وضعیت جاروب در جهت x خواهیم داشت:

$$\frac{p^{n+1}_{i+1/2,j}-p^{(5)}_{i+1/2,j}}{\Delta t}+\frac{gh^{n}_{i+1/2,j}}{\Delta x}\left[\theta\left(\xi^{n+1/2}_{i+1,j}-\xi^{n+1/2}_{i,j}\right)+(1-\theta)\left(\xi^{n}_{i+1,j}-\xi^{n}_{i,j}\right)\right]=0 \quad (۲۸)$$

$$\frac{\xi^{n+1/2}_{i,j}-\xi^{n}_{i,j}}{\Delta t/2}+\frac{p^{n+1}_{i+1/2,j}-p^{n+1}_{i-1/2,j}}{\Delta x}+\frac{q^{(5)}_{i,j+1/2}-q^{(5)}_{i,j-1/2}}{\Delta y}=0 \quad (۲۹)$$

در رابطه فوق، θ متغیر است که می‌توان شمای عددی را صریح و یا ضمنی کرد. درصورتی‌که این متغیر یک باشد، شمای عددی به‌صورت ضمنی حل می‌شود. در این پژوهش مقدار آن ۰/۵ در نظر گرفته شده است. با جایگزینی معادله (۲۹) در (۲۸) و ساده‌سازی تراز سطح آب در گام $n+1/2$ به‌صورت رابطه (۳۰) محاسبه می‌شود:

$$A_1\xi^{n+1/2}_{i-1,j}+A_2\xi^{n+1/2}_{i,j}+A_3\xi^{n+1/2}_{i+1,j}=A_0 \quad (۳۰)$$

که در آن متغیرهای A_0 تا A_3 به‌صورت رابطه (۳۱) است:

$$A_1=\frac{-\theta g\Delta t h^{n}_{i-1/2,j}}{\Delta x^2}$$

$$A_2=\frac{2}{\Delta t}+\frac{\theta g\Delta t h^{n}_{i+1/2,j}}{\Delta x^2}+\frac{\theta g\Delta t h^{n}_{i-1/2,j}}{\Delta x^2} \quad (۳۱)$$

$$A_0=\frac{2\xi^{n}_{i,j}}{\Delta t}-\frac{1}{\Delta x}\left(p^{(5)}_{i+1/2,j}-p^{(5)}_{i-1/2,j}\right)-\frac{1}{\Delta y}\left(q^{(5)}_{i,j+1/2}-q^{(5)}_{i,j-1/2}\right)\&-\frac{(1-\theta)g\Delta t h^{n}_{i-1/2,j}}{\Delta x^2}\left(\xi^{n}_{i,j}-\xi^{n}_{i-1,j}\right)+\frac{(1-\theta)g\Delta t h^{n}_{i+1/2,j}}{\Delta x^2}\left(\xi^{n}_{i+1,j}-\xi^{n}_{i,j}\right)$$

برای جداسازی معادله پیوستگی و باقی‌مانده اندازه حرکت در وضعیت جاروب در جهت y خواهیم داشت:

$$\frac{q^{n+1}_{i,j+1/2}-q^{(5)}_{i,j+1/2}}{\Delta t}+\frac{gh^{n}_{i,j+1/2}}{\Delta y}\left[\theta\left(\xi^{n+1}_{i,j+1}-\xi^{n+1}_{i,j}\right)+(1-\theta)\left(\xi^{n+1/2}_{i,j+1}-\xi^{n+1/2}_{i,j}\right)\right]=0 \quad (۳۲)$$

$$\frac{\xi^{n+1/2}_{i,j}-\xi^{n+1/2}_{i,j}}{\Delta t/2}+\frac{p^{n+1}_{i+1/2,j}-p^{n+1}_{i-1/2,j}}{\Delta x}+\frac{q^{n+1}_{i,j+1/2}-q^{n+1}_{i,j-1/2}}{\Delta y}=0 \quad (۳۳)$$

با جایگزینی معادله (۳۳) در (۳۲) و ساده‌سازی تراز سطح آب در گام $n+1$ به‌صورت رابطه (۳۴) محاسبه می‌شود:

$$B_1\xi^{n+1/2}_{i,j-1}+B_2\xi^{n+1/2}_{i,j}+B_3\xi^{n+1/2}_{i,j+1}=B_0 \quad (۳۴)$$

که در آن متغیرهای B0 تا B3 به‌صورت رابطه (۳۵) است:

$$B_1=\frac{-\theta g\Delta t h^{n}_{i,j-1/2}}{\Delta y^2}$$

$$B_2=\frac{2}{\Delta t}+\frac{\theta g\Delta t h^{n}_{i,j+1/2}}{\Delta y^2}+\frac{\theta g\Delta t h^{n}_{i,j-1/2}}{\Delta y^2}$$

$$B_3=\frac{-\theta g\Delta t h^{n}_{i,j+1/2}}{\Delta y^2} \quad (۳۵)$$

$$B_0=\frac{2\xi_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta t}-\frac{1}{\Delta y}(p_{i+1/2,j}^{n+1}-p_{i-1/2,j}^{n+1})-\frac{1}{\Delta y}(q_{i,j+1/2}^{(5)}-q_{i,j-1/2}^{(5)})\&-\frac{(1-\theta)g\Delta th_{i,j-1/2}^{n}}{\Delta y^2}\left(\xi_{i,j}^{n+1/2}-\xi_{i,j-1}^{n+1/2}\right)+\frac{(1-\theta)g\Delta th_{i,j+1/2}^{n}}{\Delta y^2}\left(\xi_{i,j+1}^{n+1/2}-\xi_{i,j}^{n+1/2}\right)$$

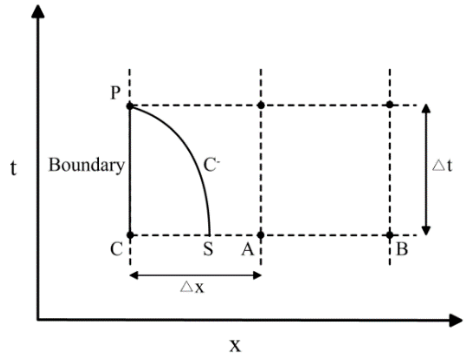
۸. شرایط اولیه و شرایط مرزی جریان

در روش‌های عددی، لازم است برای متغیرهای اصلی یعنی عمق، شار سرعت در جهت x و y در تمام نقاط شبکه، مقادیری را به‌عنوان مقادیر اولیه در نظر گرفت تا به‌عنوان فرض اولیه در مدل قرار داده شود و در روند انجام محاسبات تصحیح و به جواب واقعی برسد. لازم به ذکر است که اثر مقادیر شرایط اولیه باتوجه‌به شرایط مرزی و حل معادلات، به‌تدریج از بین رفته و تأثیری در جواب نهایی ندارد. اما شرایط اولیه مناسب، نقش بسزایی در سرعت همگرایی مدل داشته و باعث کاهش زمان انجام محاسبات می‌شود. به همین منظور انتخاب شرایط اولیه نزدیک به مقادیر واقعی، بهترین انتخاب خواهد بود. شرایط اولیه در تحقیق حاضر شامل عمق آب مشخص و مقادیر صفر برای شارهای سرعت یعنی p و q است.

معادلات ارائه شده در بخش قبلی را می‌توان برای نقاط میانی شبکه‌ی محاسباتی استفاده نمود تا عمق و شارهای سرعت در هر لحظه محاسبه شود. این معادلات را نمی‌توان در مرزهای بالادست و پایین‌دست شبکه‌ی محاسباتی استفاده نمود، زیرا که هیچ نقطه‌ی شبکه‌ای در خارج محدوده‌ی جریان وجود ندارد. روش‌های مختلفی برای درنظرگرفتن مرزها در محاسبات پیشنهاد شده است که روش خطوط مشخصه با فواصل معین یکی از آن‌ها است و نتایج قابل‌قبولی دارد (چدری، ۲۰۰۸). در این روش، معادله‌ی مشخصه‌ی مثبت به طور هم‌زمان با شرایط مرزی پایین‌دست و معادله‌ی مشخصه‌ی منفی نیز هم‌زمان با شرایط مرزی بالادست حل می‌شود.

۹. شرایط مرزی بالادست

منحنی مشخصه‌ی منفی (C^-) در راستای x و شبکه محاسباتی در مرز بالادست به‌صورت شکل (۳) آورده شده است. همچنین معادله‌ی منحنی مشخصه‌ی منفی مطابق روابط (۳۶) و (۳۷) است (چدری[1]، ۲۰۰۸):



شکل ۳. شبکه‌ی محاسباتی برای مرز بالادست در روش فواصل معین

$$\frac{dx}{dt}=u-C \quad (۳۶)$$

$$\frac{dh}{dt}-\frac{C}{g}\frac{du}{dt}=-C(S_{0x}-S_{fx}) \quad (۳۷)$$

در روابط فوق، u سرعت جریان در راستای x و h عمق جریان و C سرعت موج ثقلی، S_{0x} شیب کف کانال و S_{fx} شیب خط انرژی در جهت x است که با استفاده از رابطه مانینگ قابل‌محاسبه است. با استفاده از تقریب تفاضل محدود پیشرو برای رابطه‌ی (۳۶) و میان‌یابی خطی مقادیر معلوم در نقاط C و A، سرعت و عمق جریان در نقطه‌ی S مطابق روابط(۳۸) و (۳۹) محاسبه می‌شود:

1. Chaudhry

$$u_S=\frac{u_C-\Delta t(u_C C_A-u_A C_C)/\Delta x}{1-\Delta t(u_C-u_A-C_C+C_A)/\Delta x} \quad (۳۸)$$

$$h_S=h_C+\frac{\Delta t}{\Delta x}(u_S-C_S)(h_C-h_A) \quad (۳۹)$$

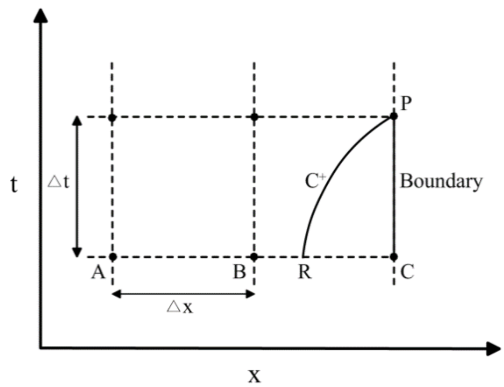
همچنین با منفعل‌سازی رابطه‌ی(۳۷) و جایگزینی روابط (۳۸) و (۳۹) در معادله‌ی حاصل، رابطه‌ی عمق و سرعت جریان با استفاده از منحنی مشخصه‌ی منفی برای مرز بالادست مطابق معادله‌ی (۴۰) ارائه می‌شود:

$$u_P=u_S-\left(\frac{g}{C_S}\right)h_S+g\Delta t(S_{0x}-S_{fx})_S+\left(\frac{g}{C_S}\right)h_P \quad (۴۰)$$

به‌منظور تعیین سرعت و عمق جریان در مرز بالادست، رابطه‌ی (۴۰) به‌صورت هم‌زمان با شرایط مرزی بالادست حل می‌گردد و در هر گام زمانی پارامترهای هیدرولیکی در مرز بالادست تعیین می‌شود. به‌عنوان‌مثال درصورتی‌که عمق آب در مرز بالادست معلوم باشد، با جایگزینی عمق آب در رابطه (۴۰) مقدار سرعت در مرز بالادست به دست می‌آید. لازم به ذکر است برای محاسبه Vp در مرز نیز می‌توان منحنی مشخصه‌ی منفی (C^-) در راستای y را نوشت و رابطه عمق و سرعت در جهت y در مرز را به دست آورد. در صورت وجود دیوار در شبیه‌سازی، سرعت عمود بر مرز صفر در نظر گرفته می‌شود و سرعت مماس بر مرز نیز می‌توان طبق قانون عدم لغزش برابر صفر فرض کرد.

۱۰. شرایط مرزی پایین‌دست

منحنی مشخصه‌ی مثبت (C^+) در راستای x و شبکه محاسباتی در مرز پایین‌دست به‌صورت شکل (۴) آورده شده است. همچنین معادله‌ی منحنی مشخصه‌ی منفی مطابق روابط (۴۱) و (۴۲) است (چدری، ۲۰۰۸):



شکل ٤. شبکه‌ی محاسباتی برای مرز پایین‌دست در روش فواصل معین

$$\frac{dx}{dt}=u+C \quad (۴۱)$$

$$\frac{dh}{dt}+\frac{C}{g}\frac{du}{dt}=C(S_{0x}-S_f) \quad (۴۲)$$

با استفاده از تقریب‌های تفاضل محدود پیشرو برای رابطه‌ی (۴۱) و میان‌یابی خطی مقادیر معلوم در نقاط B و C، سرعت و عمق جریان در نقطه‌ی R مطابق روابط (۴۳) و (۴۴) است

$$u_R=\frac{u_C-\Delta t(u_C C_A-u_A C_C)/\Delta x}{1+\Delta t(u_C-u_A+C_C-C_A)/\Delta x} \quad (۴۳)$$

$$h_R=h_C-\frac{\Delta t}{\Delta x}(u_R+C_R)(h_C-h_A) \quad (۴۴)$$

همچنین با منفصل‌سازی رابطه‌ی(۴۲) و جایگزینی روابط (۴۳) و (۴۴) در معادله‌ی حاصل، رابطه‌ی عمق و سرعت جریان با استفاده از منحنی مشخصه‌ی مثبت برای مرز پایین‌دست مطابق معادله‌ی (۴۵) ارائه می‌شود:

$$u_P=u_R+\left(\frac{g}{C_R}\right)h_R+g\Delta t(S_{0x}-S_f)_R-\left(\frac{g}{C_R}\right)h_P \quad (۴۵)$$

رابطه‌ی (۴۵) دارای دو مجهول u_P و h_P است که با استفاده از یک معادله‌ی دیگر که در شرایط مرزی پایین‌دست صادق است، به‌صورت هم‌زمان برای هر گام زمانی حل می‌شود.

۱۱. مدل‌سازی نواحی نزدیک دیوار

جریان نزدیک به یک دیوار صلب مثل کناره کانال و یا رودخانه، پیچیده است. یک زیر لایه لزج نزدیک دیواره وجود دارد و در نزدیکی آن زبری بر هیدرولیک جریان تاثیر دارد. به دلیل آنکه گرادیان سرعت در نزدیکی دیوار زیاد است، حل جریان در زیر لایه لزج در نزدیکی جداره نیازمند ریز کردن اندازه شبکه در مجاورت دیوار است که باعث زمان‌بر بودن اجرای مدل می‌شود. بجای حل‌کردن جریان در زیر لایه لزج می‌توان از تابع دیوار استفاده کرد. بدین منظور برای محاسبه سرعت در اولین نقطه شبکه مجاور دیوار از رابطه (۴۶) استفاده می‌شود:

$$\tau_w=\lambda_w U_p \qquad (۴۶)$$

که در آن U_p برآیند سرعت در راستای دیوار و در اولین گره مجاور دیوار، τ_w تنش برشی روی دیوار و λ_w ضریبی است که برای مدل‌های آشفتگی صفر معادله‌ای مطابق رابطه (۴۷) محاسبه می‌شود.

$$\lambda_w=\frac{\kappa\rho u_*}{\ln\left(Ey_p^+\right)} \qquad (۴۷)$$

که در آن، u_* سرعت برشی نزدیک دیواره، k ضریب فون – کارمن، y_p^+ عدد بدون بعد دیوار ($y_p^+ = u_* y_p/\upsilon$)، y_p فاصله عمودی اولین گره تا دیوار و E پارامتر مربوط به زبری است که برای دیواره صاف برابر ۸/۴۳۲ و برای دیواره زبر به عدد رینولدز زبری بستگی دارد (سیبچی و برادشاو[1]، ۱۹۷۷).

باتوجه‌به اینکه تابع دیواره برای y_p^+ بزرگتر از ۳۰ و کوچکتر از ۱۰۰ صادق است، در این تحقیق فاصله اولین گره محاسباتی تا دیوار طوری انتخاب شد که مقدار عدد بدون بعد دیوار در محدوده فوق قرار گیرد.

یافته‌های پژوهش

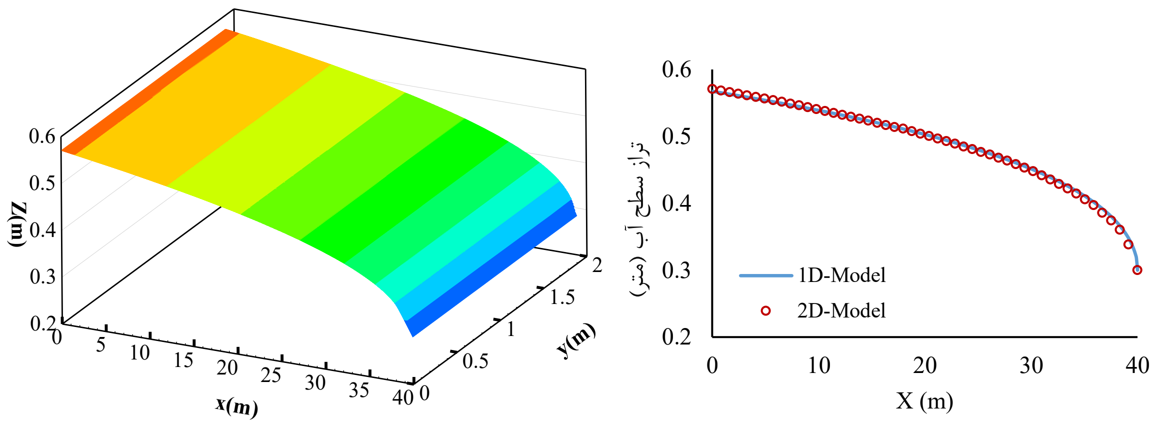
۱. ارزیابی مدل عددی

به‌منظور صحت‌سنجی مدل دوبعدی، آزمون‌های مختلفی که حل آن‌ها به‌صورت تئوری یا اندازه‌گیری‌های آزمایشگاهی موجود است، مورداستفاده قرار گرفت. پروفیل طولی جریان متغیر تدریجی در کانال مستطیلی، پرش هیدرولیکی، بازشدگی ناگهانی کانال و شکست نامتقارن سد، آزمون‌هایی هستند که برای ارزیابی مدل در نظر گرفته شده است.

۲. شبیه‌سازی جریان متغیر تدریجی در کانال مستطیلی

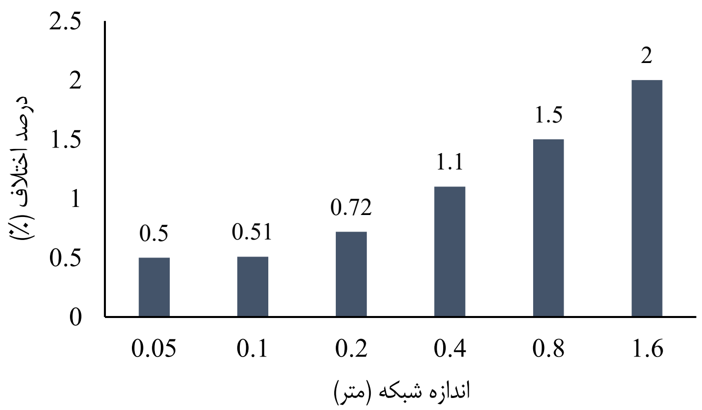
اولین آزمون جهت صحت‌سنجی مدل دوبعدی توسعه‌یافته، شبیه‌سازی جریان متغیر تدریجی در یک کانال مستطیلی در نظر گرفته شد. در این آزمون یک کانال مستطیلی به طول ۴۰ متر، عرض ۲ متر، ضریب زبری مانینگ برابر ۰/۰۳ و شیب بستر ۰/۰۰۵ که دبی یک مترمکعب بر ثانیه را از خود عبور می‌دهد، در نظر گرفته شد. عمق جریان در پایین‌دست کانال ۰/۳ متر به‌عنوان شرط مرزی در نظر گرفته شد. باتوجه‌به اینکه، عمق نرمال و بحرانی در این کانال به ترتیب ۰/۷۸۷ و ۰/۲۹۴ متر است، پروفیل M2 در کانال ایجاد می‌شود. لندازه گام‌های مکانی و زمانی به ترتیب ۰/۱ متر و ۰/۰۱ ثانیه در نظر گرفته شد. با درنظرگرفتن مفروضات فوق، مدل عددی دوبعدی اجرا و پروفیل سطح آب در شکل (۵) آورده شده است. همچنین با استفاده از روش رانج کوتا، پروفیل سطح آب به‌صورت یک‌بعدی حل آورده شده است.

1. Cebeci & Bradshaw



شکل ۵. مقایسه پروفیل سطح آب شبیه‌سازی شده توسط مدل دوبعدی و یک‌بعدی

مقایسه نتایج خروجی مدل‌ها برای پروفیل جریان متغیر تدریجی نشان می‌دهد که مدل عددی دوبعدی بادقت مناسبی سطح آزاد آب را شبیه‌سازی کرده است. متوسط درصد اختلاف مدل دوبعدی و یک‌بعدی برای شبیه‌سازی پروفیل سطح آب ۰/۵۱ درصد است که نشان دهنده قابل اعتماد بودن نتایج شبیه‌سازی است. یکی از عوامل موثر بر دقت نتایج اندازه شبکه محاسباتی است. به‌منظور حساسیت‌سنجی نتایج مدل عددی نسبت به اندازه شبکه، مدل عددی برای گام‌های مکانی مختلف اجرا شد و درصد اختلاف پروفیل آب مدل دوبعدی با یک‌بعدی محاسبه و در شکل (۶) آورده شده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود در صورتی که لندازه گام مکانی کمتر از ۰/۱ متر شود، دقت مدل عددی دوبعدی تغییری نمی‌کند و فقط مدل زمان اجرای برنامه افزایش می‌یابد. لازم به ذکر است برای کلیه شبیه‌سازی‌ها، اندازه شبکه‌ی بهینه بر اساس روش حساسیت‌سنجی تعیین و لحاظ شده است. اندازه گام زمانی نیز بر اساس عدد کورانت انتخاب شد، بدین ترتیب که بعد از تعیین اندازه شبکه، اندازه گام زمانی طوری انتخاب شد که عدد کورانت کمتر از یک و بیش از ۰/۹ شود. در شکل (۷) حساسیت مدل عددی نسبت به عدد کورانت آمده است. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، تاثیر عدد کورانت بر دقت مدل عددی کمتر از اندازه گام مکانی است و هر چقدر عدد کورانت به یک نزدیک شود، دقت مدل عددی بهتر می‌شود.

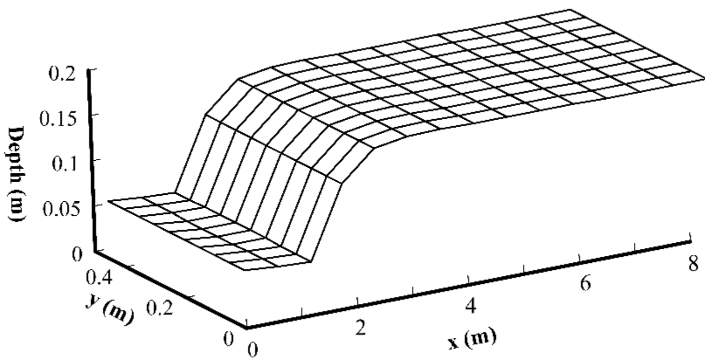


شکل ٦. حساسیت نتایج مدل عددی نسبت به اندازه شبکه

شکل ۷. حساسیت نتایج مدل عددی نسبت به عدد کورانت

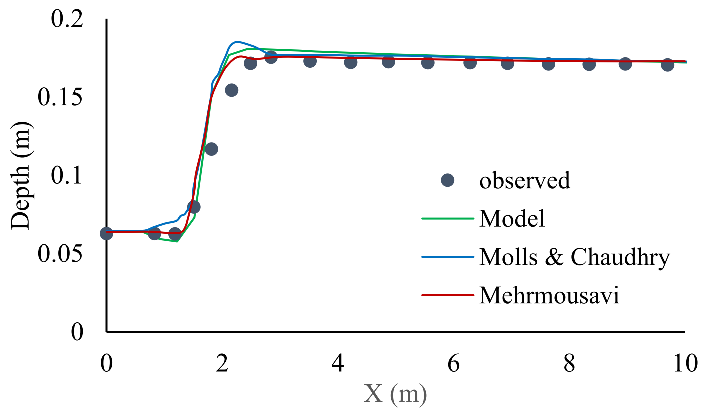
۳. شبیه‌سازی پرش هیدرولیکی در یک کانال مستطیلی

به‌منظور ارزیابی تولنای مدل عددی، پرش هیدرولیکی در یک کلنال مســـتطیلی افقی با طول ۱۳/۹ متر، عرض ۰/۴۵ متر و دبی ۰/۰۵۳ مترمکعب بر ثانیه شبیه‌سازی شد و با داده‌های آزمایشگاهی گارانگیک[1] (۱۹۸۸) و همچنین خروجی مدل عددی مولز و چدری[2] (۱۹۹۵) مقایسه شد. لازم به ذکر است، سرعت و عمق آب در مرز بالادست به ترتیب ۱/۸۲ متر بر ثانیه و ۰/۰۶۴ متر، و عمق آب در مرز پایین‌دســت ۰/۱۷ متر اســت. عدد فرود جریان در بالادســت برابر ۲/۳ اســت. در شــکل (۸) نمای دوبعدی پرش هیدرولیکی شبیه‌سازی شده توسط مدل عددی آورده شده است. همچنین شکل (۹) مقایسه پروفیل پرش هیدرولیکی شبیه‌سازی شده توسط مدل عددی حاضر و نتایج آزمایشگاهی گارانگیک (۱۹۸۸)، مدل مولز و چادری (۱۹۹۵) و مدل مهرموسوی (۱۳۹۷) را نشان می‌دهد.



شکل ۸. شبیه‌سازی پرش هیدرولیکی در کانال مستطیلی توسط مدل عددی دوبعدی حاضر

1. Gharangik
2. Molls & Chaudhry



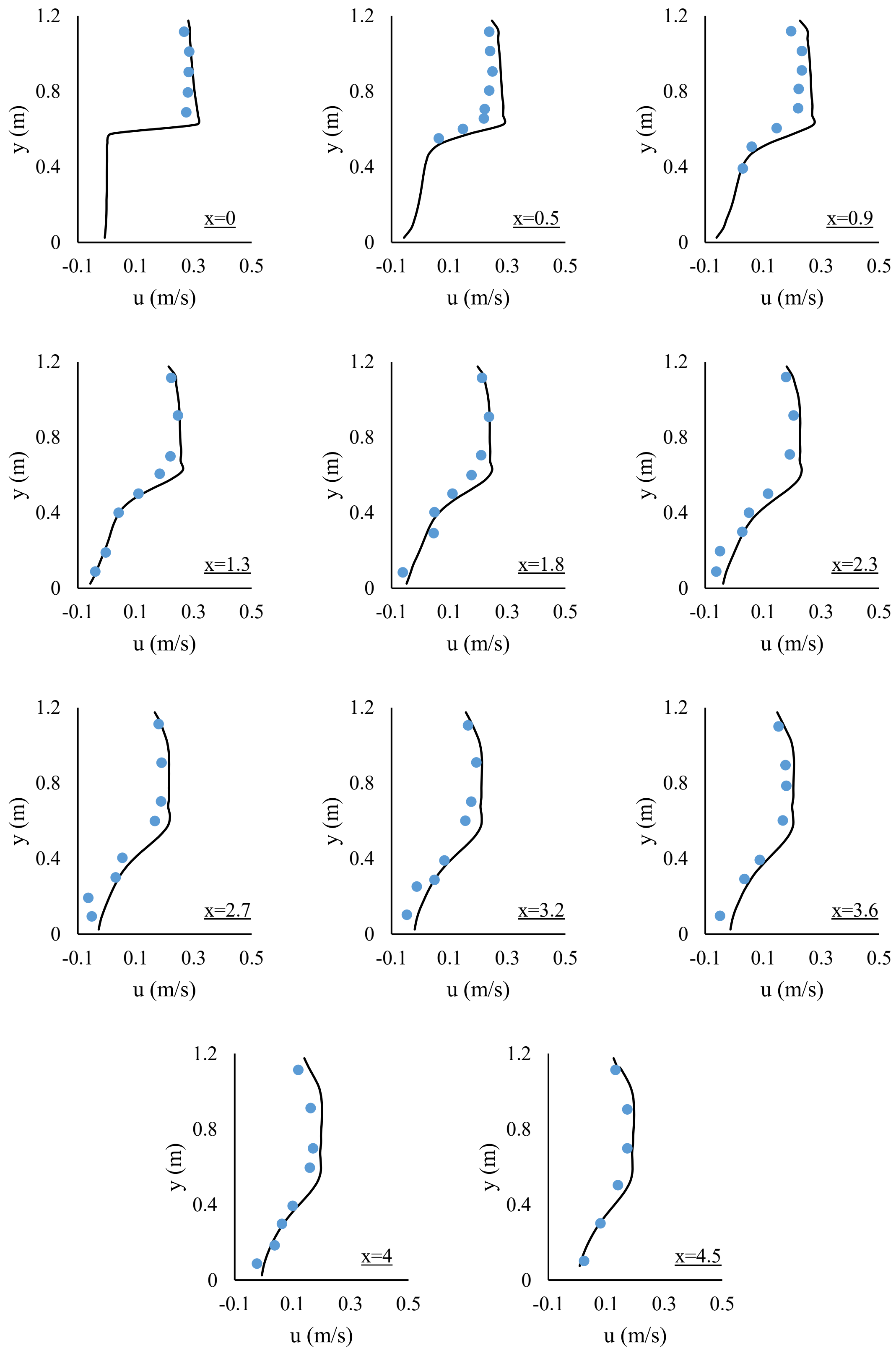
شکل ۹. پروفیل پرش هیدرولیکی مشاهداتی و شبیه‌سازی شده توسط مدل‌های عددی

تطابق خوبی بین مدل عددی و مدل آزمایشگاهی وجود دارد، پرش هیدرولیکی در مدل آزمایشگاهی و عددی در ۱/۵ متری از ابتدای کانال شروع می‌شود. متوسط درصد خطا شبیه‌سازی پروفیل سطح آب توسط مدل عددی حاضر از ابتدای کانال تا انتهای پرش ۲/۷ درصد است. مقایسه نتایج مدل‌های عددی نشان می‌دهد، مدل مهرموسوی (۱۳۹۷) بدلیل استفاده از نقاط درگیر بیشتر در محاسبات در نقاطی که شیب پروفیل سطح آب زیاد است (شروع پرش و انتهای پرش) دقت بهتری دارد. اما مزیتی که مدل عددی حاضر دارد، جداسازی معادلات دوبعدی جریان به‌صورت یک‌بعدی است که کد نویسی آن را بسیار ساده می‌کند.

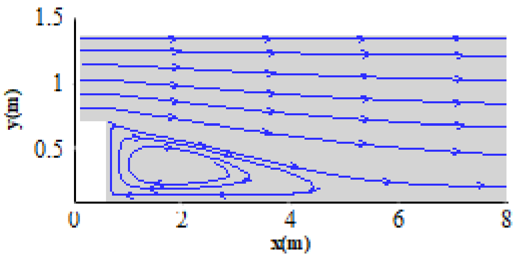
۴. شبیه‌سازی جریان در بازشدگی ناگهانی کانال

دقت مدل عددی با استفاده از داده‌های آزمایشگاهی اکسی[1] (۱۹۹۴) در یک کانال با بازشدگی ناگهانی ارزیابی شد. عرض کانال در این آزمایش ۰/۶ متر است که به یکباره به ۱/۲ متر افزایش می‌یابد. ضریب مانینگ بستر و دیواره کانال ۰/۰۱۳، شیب کف کانال ۰/۰۰۱ و دبی عبوری از کانال ۱۸/۱۵ لیتر بر ثانیه است. عمق جریان در مرز پایین‌دست ۰/۱۰۱ متر و سرعت جریان در ورودی ۰/۳ متر بر ثانیه است. در شکل (۱۰) نتایج خروجی مدل عددی حاضر و داده‌های اندازه گیری شده سرعت آورده شده است. لازم به ذکر است مقطع x=0، دقیقا در ابتدای محل بازشدگی کانال است. همانگونه که در شکل مشخص است در ناحیه بعد از بازشدگی عرض، نتایج حاصل از مدل عددی با داده‌های آزمایشگاهی مقداری اختلاف دارد که علت این امر استفاده از مدل‌های صفر معادله‌ای برای بررسی ناحیه تلاطم جریان است، اما با دور شدن از این ناحیه مدل حاضر به خوبی با داده‌های آزمایشگاهی تطابق دارد. شکل (۱۰) میدان جریان شبیه‌سازی شده توسط مدل عددی را نشان می‌دهد.

1. Xie



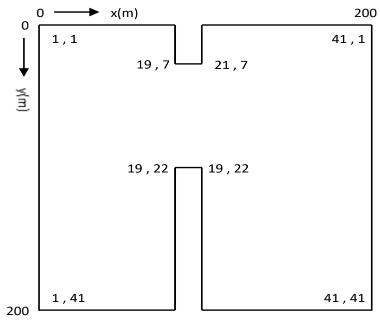
شکل۱۰. پروفیل محاسباتی و مشاهداتی سرعت جریان در عرض کانال برای آزمایش بازشدگی ناگهانی کانال



شکل ۱۱. میدان جریان شبیه شده توسط مدل عددی در آزمایش باز شدگی ناگهانی کانال

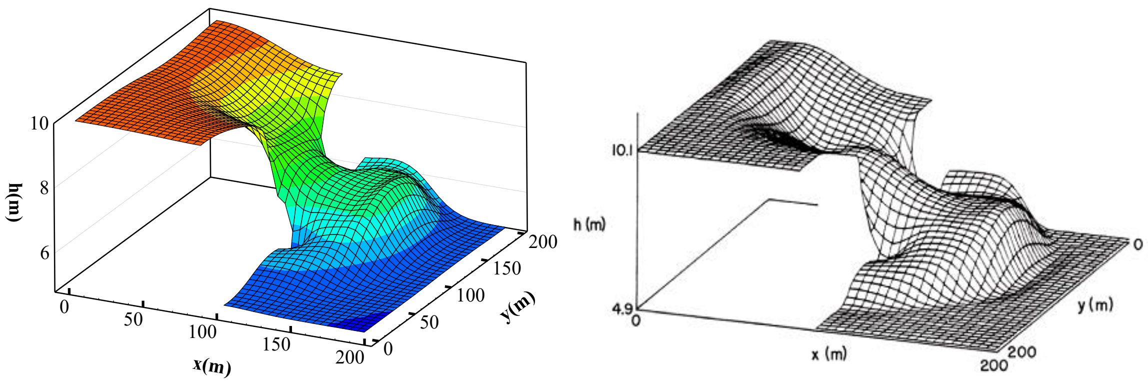
۵. شبیه‌سازی دوبعدی شکست سد

به‌منظور شبیه‌سازی جریان غیرماندگار حاصل از شکست نامتقارن سد، یک مخزن به طول و عرض ۲۰۰ متر با کف افقی در نظر گرفته شد. مطابق شکل (۱۲) در قسمتی از این مخزن دریچه‌ای با عرض ۷۵ متر عمود بر جهت جریان وجود دارد. ضخامت این دریچه در جهت جریان ۱۰ متر است. در لحظه اولیه عمق آب در بالادست و پایین‌دست مخزن به ترتیب ۱۰ و ۵ متر و جریان ساکن است. سرعت صفر در ابتدا و انتهای کانال به‌عنوان شرط مرزی بالادست و پایین‌دست در نظر گرفت شد. به‌منظور مش‌بندی از شبکه‌هایی با طول و عرض ۵ متر استفاده شده است. پروفیل سطح آب ۷/۵ ثانیه پس از شکست سد با مدل عددی حاضر شبیه‌سازی شد. لازم به ذکر است که این شبیه‌سازی برای صحت‌سنجی مدل‌های عددی مختلف توسط محققین انجام شده است.



شکل۱۲. پلان دوبعدی مخزن برای مسئله شکست نامتقارن دوبعدی سد

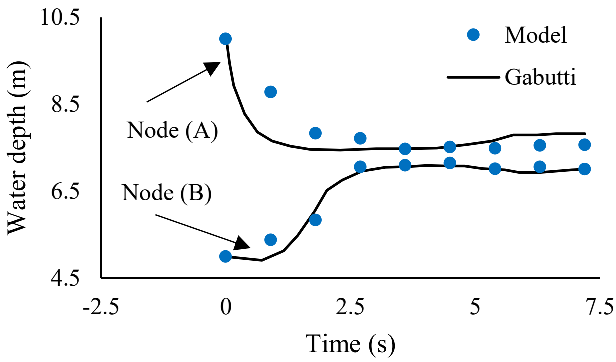
به‌منظور بررسی کارایی مدل عددی حاضر، از نتایج عددی روش گابوتی که توسط چدری (۲۰۰۸) ارائه شده است، استفاده شد. نتایج حاصل از روش گابوتی و همچنین مدل حاضر برای شبیه‌سازی شکست سد برای زمان ۷/۵ ثانیه در شکل (۱۳) آورده شده است.



شکل۱۳. پروفیل شبیه‌سازی سطح آب به الف) مدل حاضر ب) روش گابوتی ۷/۵ ثانیه پس از شکست سد

همان‌طور که ملاحظه می‌شود، پروفیل سطح آب شبیه‌سازی شده توسط مدل عددی حاضر با مدل ارائه شده توسط چدری (۲۰۰۸) تطابق خوبی دارند. به‌منظور ارزیابی و مقایسه دو روش عددی، هیدروگراف عمق ناشی از شکست سد در دونقطه A با

مختصات (۱۰۰ و۹۰) در بالادست سد و نقطه B با مختصات(۱۰۰ و۱۱۰) واقع در پایین‌دست سد توسط دو مدل عددی استخراج و در شکل (۱۴) آورده شده است.

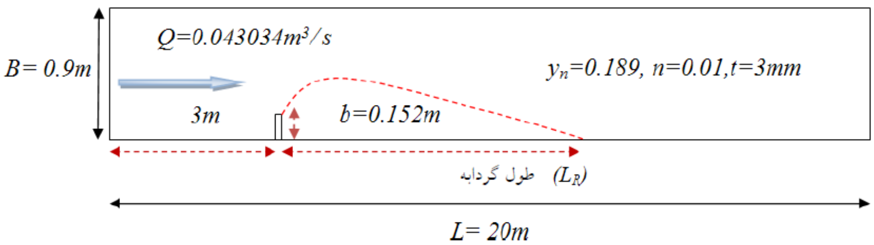


شکل ١٤. هیدروگراف عمق آب شبیه‌سازی شده ناشی از شکست سد توسط روش‌های عددی

متوسط درصد اختلاف بین مدل حاضر و روش گابوتی در برآورد هیدروگراف عمق آب ناشی از شکست نامتقارن سد ۳/۵ درصد است که نشان‌دهنده تطابق خوب دو مدل عددی است.

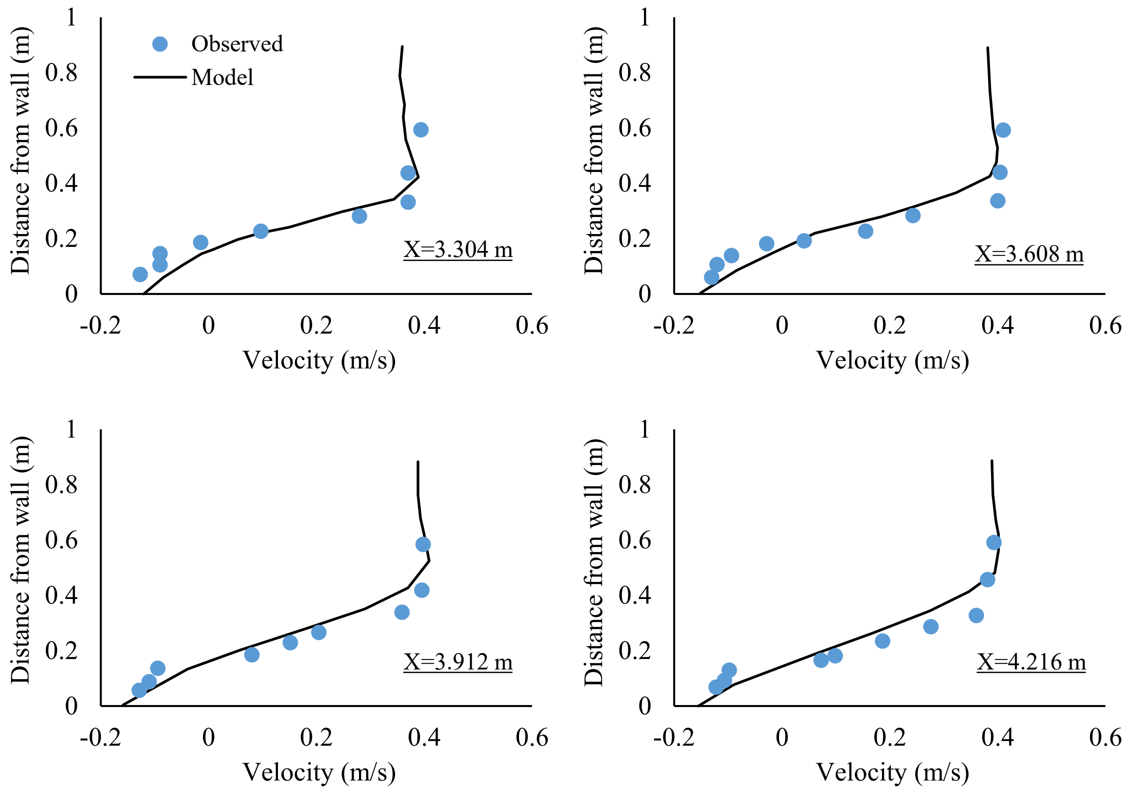
۶. شبیه‌سازی جریان اطراف آبشکن

اعتبارسنجی حاضر بر اساس کار آزمایشگاهی راجاراتنام و نواچکو[1] (۱۹۸۳) صورت‌گرفته است. در این آزمون، یک کانال مستقیم به طول ۲۰ متر و عرض ۰/۹ متر در نظر گرفته می‌شود. یک آبشکن به طول ۰/۱۵۲ متر و ضخامت ۳ میلی‌متر به‌صورت قائم در موقعیت ۳ متری از ورودی کانال و بر روی ساحل راست کانال تعبیه شده است. ضریب زبری مانینگ برای کانال یاد شده برابر با ۰/۰۱ برآورد می‌گردد. عمق جریان و دبی عبوری از کانال به ترتیب برابر ۰/۱۸۹ متر و ۰/۰۴۳۰۳ مترمکعب بر ثانیه است. شکل(۱۵) مشخصات هندسی و هیدرولیکی مدل آزمایشگاهی را نشان می‌دهد، همچنین در شکل (۱۶) پروفیل سرعت مشاهداتی و شبیه‌سازی شده توسط مدل عددی برای چهار مقطع عرضی بعد از آبشکن آورده شده است.



شکل ۱۵. مشخصات هندسی و هیدرولیکی مدل آزمایشگاهی راجاراتنام و نواچکو (۱۹۸۳)

1. Rajaratnam & Nwachukwu



شکل ۱۶. مقایسه پروفیل سرعت مشاهداتی و شبیه‌سازی شده توسط مدل عددی برای آزمون جریان اطراف آبشکن

متوسط درصد خطا در شبیه‌سازی جریان در اطراف دیواره آبشکن برای مقاطع ۳/۳۰۴، ۳/۶۰۸، ۳/۹۱۲ و ۴/۲۱۶ متری از ابتدای کانال به ترتیب ۸/۷۱، ۱۲/۸، ۱۱/۹ و ۱۲/۱ درصد است که نشان دهنده دقت مناسب مدل عددی در شبیه‌سازی جریان اطراف آبشکن است.

بحث

در این تحقیق یک مدل عددی دوبعدی جریان در پلان برای مجاری روباز تهیه شد. معادلات حاکم بر جریان در این مدل با استفاده از روش احجام محدود و شمای تنصیف زمان توسعه جداسازی و حل شد. برای گسسته‌سازی از شبکه منظم مستطیلی استفاده شد. به‌منظور حل معادلات حاکم بر جریان در این مدل، هر گام زمانی به چند مرحله تقسیم می‌شود. در اولین مرحله، ترم‌های جابجایی مربوط به معادله اندازه حرکت برای محاسبه‌ی شارهای سرعت حل می‌شوند و سپس ترم‌های پخشیدگی به‌صورت ضمنی حل می‌شوند. لازم به ذکر است در حل ترم‌های پخشیدگی، از نتایج خروجی مربوط به مرحله اول استفاده می‌شود. در مرحله بعد، ترم اصطکاک از معادله اندازه حرکت جدا و به‌صورت صریح حل می‌شود. در آخرین مرحله، به‌صورت هم‌زمان معادله پیوستگی و باقی مانده معادله اندازه حرکت یعنی ترم ثقلی جداسازی و حل می‌شوند. از مزیت‌های این روش سادگی و فهم راحت آن است، زیرا در همه مراحل معادلات به‌صورت یک‌بعدی حل می‌شوند. آزمون‌های شبیه‌سازی جریان متغیر تدریجی، پرش هیدرولیکی در یک کانال مستطیلی، هیدرولیک جریان در بازشدگی ناگهانی کانال و شبیه‌سازی دوبعدی شکست سد به‌منظور صحت‌سنجی مدل عددی انجام شد.

نتیجه‌گیری

مقایسه نتایج خروجی مدل عددی با داده‌های آزمایشگاهی و حل تحلیلی نشان می‌دهد که مدل توسعه‌یافته، قادر به شبیه‌سازی جریان برای شرایط مختلف است. مدل‌سازی آشفتگی در مدل حاضر با استفاده از مدل سهموی متوسط‌گیری شده در عمق انجام شده است. در مواردی که آشفتگی جریان زیاد باشد، دقت این مدل آشفتگی کاهش می‌یابد. پیشنهاد می‌شود که مدل‌های آشفتگی $\kappa-\varepsilon$ و $\kappa-\omega$ به مدل عددی اضافه شود که دقت آن در شبیه‌سازی جریان بیشتر شود.

ملاحظات اخلاقی

پیروی از اصول اخلاق پژوهش

نویسندگان اصول اخلاقی را در انجام و انتشار این پژوهش علمی رعایت نموده‌اند و این موضوع موردتأیید همه آن‌هاست.

تعارض منافع

بنا بر اظهار نویسندگان این مقاله تعارض منافع ندارد.

منابع

تیموری یگانه، مریم.، حیدری، محمد مهدی.، و قبادیان، رسول. (۱۴۰۲). شبیه‌سازی دوبعدی الگوی جریان در مجاری روباز با استفاده از شمای تنصیف زمان. *مجله مهندسی آبیاری و آب ایران*. ۱۳، ۲۴۷- ۲۳۱. https://www.waterjournal.ir/article_177279.html

سروِرام، حامد.، و شمسایی، ابوالفضل. (۱۳۹۲). مدل‌سازی دو بعدی جریان ناشی از شکست سد با روش ضمنی شبه لاگرانژی. *مجله پژوهش آب ایران*، ۷(۱۳)، ۳۰-۲۱. https://iwrj.sku.ac.ir/article_10953.html

قبادیان، رسول. (۱۳۹۸). بکارگیری روش‌های پرش قورباغه و لکس درمدل‌سازی دوبعدی شکست سد به روش تفاضل محدود صریح. *مجله دانش آب و خاک*، ۲۹(۲)، ۹۹-۸۵. https://water-soil.tabrizu.ac.ir/article_9273.html

مهر موسوی، زهرا. (۱۳۹۷). توسعه مدل عددی دوبعدی (میانگین‌گیری شده در عمق) شبیه‌ساز جریان غیرماندگار و کاربرد آن در شبیه‌سازی شکست سد، پایان نامه دکتری، رشته سازه‌های آبی، پردیس کشاورزی و منابع طبیعی، دانشگاه رازی، کرمانشاه، ایران.

مهر موسوی، زهرا.، قبادیان، رسول.، و جوان، میترا. (۱۳۹۸). بررسی تأثیر ضریب شکل مخزن بر امواج ناشی از شکست سد با استفاده از روش‌های پرش قورباغه و لکس در مختصات منحنی‌الخط. *نشریه پژوهش‌های حفاظت آب و خاک*، ۲۶ (۱)، ۱۵۰-۱۳۱. https://jwsc.gau.ac.ir/article_4554.html

References

Abbott, M.B., & Basco, D. (1989). Computational Fluid Mechanics. An Introduction for Engineers. *Longman Scientific & Technical publications*, New York, United States. https://archive.org/details/computationalflu0000abbo

Anastasio, K., & Chan, C.T. (1997). Solution of the 2D shallow water equations using the finite volume method on unstructured triangular meshes. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 24(11), 1225–1245. https://doi.org/10.1002/(SICI)1097-0363(19970615)24:11

Busto, S., & Dumbser, M. (2022). A staggered semi-implicit hybrid finite volume / finite element scheme for the shallow water equations at all Froude numbers. *Applied Numerical Mathematics*, 175, 108-132. https://doi.org/10.1016/j.apnum.2022.02.005

Cebeci, T., & Bradshaw, P. (1977). Momentum transfer in boundary layers. *Washington : Hemisphere Publications*, Corp, Washington, D.C, United States. https://archive.org/details/momentumtransfer00cebe

Chaudhry, M.H. (2008). Open-Channel Flow. *Springer New York*, New York, USA. https://link.springer.com/book/10.1007/978-0-387-68648-6

Elder, J.W. (1959). The dispersion of marked fluid particles in turbulent shear flow. *Journal of Fluid Mechanics, 5*(4), 544–560. https://doi.org/10.1017/S0022112059000374

Fennema, R., & Chaudhry, M. (1990). Explicit methods for 2D transient free-surface flows. *Journal of Hydraulic Engineering*, 116(8), 1013–1034. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1990)116:8(1013)

Gharangik, A.M. (1988). Numerical simulation of hydraulic jump. MSc thesis, *Washington state university*, Pullman, Washington.

Ghobadian, R. (2019). Application of lax and leap-frog schemes in two-dimensional modeling of dam breaking using explicit finite-difference method. *Journal of Water and Soil Science*, (29)2, 85-99. https://water-soil.tabrizu.ac.ir/article_9273.html (In Persian)

Groosi, F., Cusicahua, A., Shademani, M., & Shakibaeinia, A. (2022). Experimental and numerical investigations of dam break flow over dry and wet beds. *International Journal of Mechanical Sciences*, 215, 106946. https://doi.org/10.1016/j.ijmecsci.2021.106946

Hou, J., Liang, Q., Zhang, H. & Hinkelmann, R. (2015). An efficient unstructured MUSCL scheme for solving the 2D shallow water equations. *Environmental Modeling & Software*, 66, 131-152. https://doi.org/10.1016/j.envsoft.2014.12.007

Mehrmousavi, Z. (2019). Development of unsteady flow 2D numerical model and its implementation on dam-break simulation. Ph.D Thesis, *Faculty of Agricultural Sciences and Engineering of Razi University*, Kermanshah, Iran. (In Persian)

Mehrmousavi, Z., Ghobadian, R., & Javan, M. (2019) Investigation of the effect of reservior shape coefficient on dam-break waves using Leap-Frog and Lax methods in curvilinear coordinates. *Journal of Water and Soil Conservation*, 26(1), 131-150. https://jwsc.gau.ac.ir/article_4554.html (In Persian)

Molls, T., & Chaudhry, M.H. (1995). Depth-averaged open-channel flow model. *Journal of Hydraulic Engineering*, 121 (6), 453-465.https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1995)121:6(453)

Namin, M.M. (2003). A fully three dimensional non hydrostatic free surface flow model for hydro environmental predictions. Ph.D. Thesis, *Cardiff School of Engineering of Cardiff University*, Cardiff ,United Kingdom.

Namin, M.M., Lin B. & Falconer, R. A. (2004) Modeling estuarine and coastal flows using an unstructured triangular finite volume algorithm. *Advances in Water Resources*, 27(12), 1179-1197. https://doi.org/10.1016/j.advwatres.2004.08.012

Norouzi, S., Kolahdoozan, M., & Zarrati, A.R. (2022). Development of a 2D depth-averaged model for calculating scouring and deposition in alluvial streams, *Scientia Iranica*, 29(3), 941-950. https://doi.org/10.24200/sci.2022.50705.1830

Nujic, M. (1995). Efficient implementation of non-oscillatory scheme for the computation of free-surface flows. *Journal of Hydraulic Research*. 33(1), 101–11. https://doi.org/10.1080/00221689509498687

Papanicolaou, A.N., Elhakeem, M. & Wardman, B. (2011). Calibration and verification of a 2D-hydrodynamic model for simulating flow around bendway weir structures. *Journal of Hydraulic Engineering*. 137(1), 75–89. https://doi.org/10.1061/(ASCE)HY.1943-7900.0000280

Patankar, S. (1980). Numerical heat transfer and fluid flow, *CRC Press*, Boca Raton, USA. https://doi.org/10.1201/9781482234213

Rajaratnam, N., & Nwachukwu B.A. (1983). Flow near Groin-like structures. *Journal of Hydraulics Division*. 109, 463-480. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(1983)109:3(463)

Rodi, W. (1984). Turbulence models and their application in hydraulics: A state of the art review.*Balkema Publishers*, Leiden, The Netherlands. https://www.researchgate.net/publication/327303543_Turbulence_models_and_their_application_in_hydraulics_A_state-of-the-art_review_third_edition

Sarveram, H., & Shamsaie, A. (2013). A implicit, semi-lagrangian method for 2D numerical modeling of dam break flow. *Iranian Water Research Journal*, 7(13), 21-30. https://iwrj.sku.ac.ir/article_10953.html (In Persian)

Teymouri yeganeh, M., Heidari, M.M., & Ghobadian, R. (2023) Two-dimensional simulation of flow pattern in open channels using time-splitting method. *Journal of Irrigation and Water Engineering*, 13, 2131-247. https://www.waterjournal.ir/article_177279.html (In Persian)

Versteeg, H. K., & Malalasekera, W. (1995). An introduction to computational fluid dynamics, the finite volume method, *Pearson Education Limited Publications*, England, United Kingdom. https://www.researchgate.net/profile/GhassanSmaisim/post/FEM_mesh_generator/attachment/59d655b479197b80779acc78/AS%3A526908706508800%401502636233004/download/110+Versteeg+2007+an+introduction+to+computational+fluid+dynamics+the+finite+volume+method+2nd+edition.pdf

Wu, W. (2004). Depth-averaged two-dimensional numerical modeling of unsteady flow and nonuniform sediment transport in open channels. *Journal of Hydraulic Engineering*, 130 (10),1013–1024. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2004)130:10(1013)

Wu, Y., & Yang, Z. (2024) A depth-averaged SPH-FV landslide dynamic model for evaluating hazard zones. *Computers and Geotechnics*, 169, 106210. https://doi.org/10.1016/j.compgeo.2024.106210

Xie, B.L. (1994). Flow data measured in a channel with sudden expansion. *Wuhan University*, China. https://www.ncche.olemiss.edu/sites/default/files/files/docs/cche2d/validation.pdf

Zarrati, A.R., Tamai, N., & Jin, Y.C. (2005) Mathematical modeling of meandering channels with a generalized depth averaged model. *Journal of Hydraulic Engineering*. 131, 467–475. https://doi.org/10.1061/(ASCE)0733-9429(2005)131:6(467)

Zhang, S., Ghidaoui, M., & Gray, W. (2003). A kinetic flux vector splitting scheme for shallow water flows. *Advances in Water Resources*, 26(6), 635–47. https://doi.org/10.1016/S0309-1708(03)00029-0